# Elements sur la rupture de polymeres - annexes

INTRODUCTION	170
SPECIFICITE DE L'EPROUVETTE EN BANDE	170
Chargement de l'échantillon	171
Mesure de la position du sommet de fissure	172
CALCUL DU TAUX DE RESTITUTION D'ENERGIE	174
ANALYSE DES RESULTATS	176
Valeurs d'energie de rupture et surfaces de rupture pour le PMMA	176
Energies de rupture pour le PMMA renforcé	176
Amorçage naturel de la fissure	176
Amorçage artificiel de la fissure	177
Surfaces de rupture pour le PMMA renforcé	178
CONCLUSION	180
RÉFÉRENCES	181
ANNEXES	183
A1. COMPORTEMENT DU MATERIAU	184
A2. MODELISATION DE L'IMPACT	186

# VALEURS DE L'ENERGIE DE RUPTURE DYNAMIQUE ET INSTABILITES DE BRANCHEMENT DANS UN POLY(METHACRYLATE DE METHYLE) RENFORCE

C. Fond et R. Schirrer

Résumé : Un dispositif expérimental pour la rupture dynamique dans des polymères est présenté. Il permet d'obtenir un régime permanent de propagation de fissure et la mesure de la vitesse de propagation. Les taux de restitution d'énergie dynamiques  $G_{ID}$  sont calculés par éléments finis. Pour un PMMA, les vitesses mesurées varient et les valeurs mesurées pour  $G_{Ic}$  croissent avec la vitesse. En revanche, pour un PMMA renforcé, la vitesse de propagation se stabilise à la vitesse de branchement macroscopique, qu'il y ait branchement de la fissure ou non. Il apparaît que les valeurs macroscopiques obtenues pour  $G_{Ic}$  peuvent être différentes à cette vitesse, selon que les surfaces créées sont plus ou moins rugueuses. On en déduit que l'énergie de rupture n'est pas unique à cette vitesse de propagation particulière qui est la vitesse de branchement macroscopique. En effet, l'énergie de rupture macroscopique croît avec la quantité d'instabilités ou "branchements avortés".

# **INTRODUCTION**

Certains polymères, comme le poly(méthacrylate de méthyle) (PMMA) ou le poly(styrène), présentent un comportement fragile. Afin de les rendre ductiles, une seconde phase est ajoutée, généralement sous forme de nodules microscopiques contenant de l'élastomère. Ces nodules ont pour rôle de déclencher des écoulements plastiques. Lorsque la sollicitation est suffisamment rapide, leur cavitation amorce des croissances de cavités et des bandes de dilatation, ou pseudo-craquelures, en sommet de fissure. Ceci permet d'augmenter de façon significative l'énergie nécessaire pour la rupture. Cependant, ces matériaux retrouvent leur fragilité intrinsèque, avec une faible énergie de rupture, lorsque la fissure se propage à grande vitesse. Des polymères semi-cristallins, tels que le poly(éthylène) (PE) présentent aussi une fragilité latente. En effet, la ruine de tuyaux sous pression, en PE, est provoquée par une fissuration lente, de faible énergie de rupture, sous faible contrainte suivie d'une propagation rapide (typiquement > 350 m/s), elle aussi peu consommatrice d'énergie. Ces ruptures nuisibles, qualifiées d'instables, nécessitent de pouvoir mesurer l'énergie de rupture dynamique. Il existe en effet une vitesse de propagation de fissure,  $v_a$ , pour laquelle l'énergie de rupture  $G_{Ic}$  est minimale.

La géométrie de l'éprouvette en bande permet une analyse relativement simple de la rupture dynamique [1]. Des essais ont été proposés pour tenter de mesurer la vitesse de propagation de la fissure [2, 3], mais l'analyse des résultats est délicate, d'autant plus que les phénomènes de "stick-slip" peuvent masquer la vitesse réelle de propagation. L'essai développé ne permet pas de contrôler la vitesse de propagation puisque la fissure se propage à la vitesse qui correspond naturellement au taux de restitution d'énergie minimal. Le changement d'aspect de la surface de rupture traduit l'endroit où s'est produite l'instabilité [4], accélération brusque du sommet de fissure. La mesure précise de la vitesse de propagation est indispensable pour estimer le taux de restitution d'énergie dynamique,  $G_{\rm ID}$ , et la compréhension éventuelle de ce changement d'aspect.

# SPECIFICITE DE L'EPROUVETTE EN BANDE

La géométrie de l'éprouvette en bande schématisée en Fig. 1(a) ("Strip Band Specimen") est connue pour son faible facteur de correction dynamique [5, 6]. Le taux de

restitution d'énergie peut être aisément calculé dans les conditions quasi-statiques. En effet, pour une éprouvette infiniment longue et un matériau parfaitement élastique linéaire isotrope, il suffit de considérer qu'un accroissement de la longueur de fissure de  $\Delta a$  correspond à la décharge élastique d'une portion de longueur équivalente à l'infini. Loin en avant du sommet de fissure, le chargement étant uniforme, la structure est en état de contrainte plane  $(\sigma_{zz}=0)$ . On a donc pour la déformation  $\epsilon_{xx}=0$  et  $\epsilon_{yy}=u$ /H, où u est le déplacement symétriquement imposé et H la demi-hauteur de la plaque, et la contrainte correspondante vaut  $\sigma_{yy}=E\,\epsilon_{yy}$ /  $(1-v^2)$ , où E est le module d'Young du matériau et v son coefficient de Poisson. Le calcul du taux de restitution d'énergie  $G_I$  est donc immédiat :

$$G_{I0} = \frac{u_y^2 E}{H (1 - v^2)} = \frac{H (\sigma_{yy})^2 (1 - v^2)}{E}$$
 (1)

On peut remarquer ici que l'on trouve dans la littérature des résultats issus de calculs identiques, mais en déformations planes. Bien que l'état de contraintes planes ne puisse subsister en sommet de fissure du fait des gradients des champs élastiques, il convient tout de même de faire le bilan dans l'état de contraintes planes, puisque l'on considère les champs hors de la zone où domine la singularité. On applique donc les hypothèses de la mécanique élastique linéaire de la rupture (MELR). On peut aussi remarquer que, pour une bande infinie, G<sub>10</sub> ne dépend pas de la vitesse de propagation de la fissure. Bien sûr, le raisonnement précédent conduirait à un résultat aberrant si la fissure se propageait à la vitesse des ondes de Rayleigh.

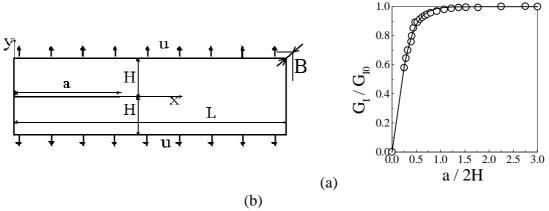


Fig. 1. (a) Schéma de principe de l'éprouvette en bande illustrant les conditions aux limites dans le cas d'un chargement uniforme. (b) Evolution du taux de restitution d'énergie quasi statique  $G_I$  lorsque la fissure rectiligne démarre d'un bord.

Le taux de restitution d'énergie peut être croissant ou décroissant selon que u<sub>y</sub> croît ou décroît. [7]. La Fig. 1(b) indique que la situation de régime permanent est rencontrée pour une entaille dont la longueur vaut environ 1.5 fois la hauteur utile de la plaque. Si la fissure démarre du bord, l'énergie croît avec la longueur de fissure et l'on observe en général, pour le PMMA et le PMMA renforcé, des branchements aussitôt après l'amorçage de la propagation. Tous les échantillons testés sont donc entaillés sur une longueur d'au moins 3\*H. Les sommets d'entailles ont un rayon d'environ 2 mm, afin d'éviter un amorçage prématuré de la propagation.

# CHARGEMENT DE L'ECHANTILLON

De façon à rendre symétrique le chargement, on utilise une deuxième plaque identique qui est placée tête bêche. Ceci permet d'utiliser un montage dont la rigidité n'est pas particulièrement élevée. Les plaques sont disposées comme le montre la Fig. 2. Une seule fera

l'objet d'un amorçage de propagation. Les plaques sont d'abord mises en précontrainte par une machine de traction. On procède ensuite au report de la charge sur quatre vis de sorte que les plaques soient en traction et les vis en compression. A cette étape, le système est indépendant de la machine de traction. Le rattrapage des jeux mécaniques et la déformation élastique du montage, liée au report de charge sur les vis, entraîne une perte de déformation de l'ordre de 20%. L'histoire de la déformation est suivie à l'aide de deux extensomètres, éventuellement aussi à l'aide de jauges de déformation collées sur les plaques, afin de mesurer les déformations aux extrémités. Les vitesses de mise en charge et décharge sont toujours 1 mm/mn. Pour pouvoir procéder aux vérifications indispensables au bon déroulement de l'acquisition de données pendant la propagation, on laisse relaxer les plaques 10 minutes avant d'amorcer la propagation. Cette relaxation engendre une perte de contrainte d'environ 3%. Des tests préliminaires ont permis de mesurer l'évolution dans le temps de la force, appliquée par la machine de traction, pour les mêmes histoires de déformation.

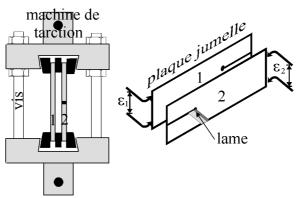


Fig. 2. Montage expérimental montrant l'utilisation d'une plaque jumelle afin de rendre symétrique le chargement.

Les dimensions des plaques sont typiquement L=200 mm, H=200 et 40 mm. Les épaisseurs, H=200 mm. Les épaisseurs, H=200 mm. Les épaisseurs, H=200 mm. Les épaisseurs, H=200 mm. Les mors pèsent plus de 15 kg chacun. Un simple calcul d'équilibre montre que pendant la durée de la propagation, typiquement H=200 ms, leur déplacement, s'ils étaient libres de se déplacer, serait de l'ordre de H=200 mm. Or le déplacement imposé pour pré-contraindre les plaques est de l'ordre de H=200 mm. Les conditions aux limites peuvent donc être considérées figées pendant la propagation.

# MESURE DE LA POSITION DU SOMMET DE FISSURE

Afin de mesurer la position du sommet de fissure, un dépôt d'aluminium est réalisé, sous vide, sur une face de l'échantillon. Le système de déposition sous vide assure une conductivité constante le long de l'axe x, axe de propagation de la fissure. Cette jauge de position est représentée en Fig. 3(a). Elle est connue pour sa réponse linéaire [1, 8]. Cette géométrie de jauge a été calibrée à l'aide d'un papier conducteur. La Fig. 3(b) montre que sa réponse est linéaire à moins de 2% près dès que l'entaille atteint la longueur 1.5 h, où h est la hauteur de la bande conductrice, avec typiquement 3 h = H. Afin d'étalonner cette bande conductrice, les parties jouxtant cette bande sont utilisées pour former deux bandes de dimensions identiques. Celles-ci sont étalonnées en simulant le passage d'une fissure rectiligne centrale en rayant la couche métallique. La moyenne des mesures de ces deux étalons sert au dépouillement de la bande centrale. Ceci permet d'obtenir des graphes tels que celui de la Fig. 4. Pour 4 échantillons, dont les résultats figurent plus loin, des îlots non conducteurs ont été disposés sur le trajet de la fissure [9], pour contrôler la validité de ces mesures.

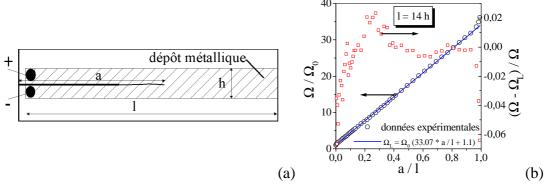


Fig. 3. (a) Jauge pour la mesure de la position du sommet de fissure. (b) Réponse quasi linéaire du dépôt métallique en bande constituant la jauge de position.

Il est aussi possible de mesurer post mortem la résistance en fonction de la longueur de fissure en rétablissant le contact électrique à l'aide de peinture d'argent. Ceci permet de recouper l'information liée à l'étalonnage et est indispensable lorsqu'il y eut branchement, car l'étalonnage devient alors inefficace puisqu'il suppose un trajet rectiligne de la fissure. Compte tenu de la symétrie de plusieurs trajets de fissures après branchement, l'hypothèse que les fissures, après branchement, vont à la même vitesse a été faite pour procéder à la remise en contact électrique à l'aide de peinture d'argent.

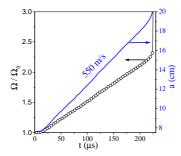


Fig. 4. Enregistrement de la résistance en fonction du temps pour une propagation sans branchement et déduction de la longueur de fissure.

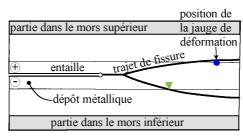


Fig. 5. Exemple de trajet de fissure dans le cas d'un branchement et illustration de l'instrumentation d'un échantillon.

Enfin, des événements permettent de contrôler ces mesures, comme le montrent les Fig. 5 et Fig. 6. La coupure du circuit a lieu soit lorsque la fissure atteint l'extrémité de la plaque, soit lorsqu'une fissure sort de la bande conductrice. Les signaux de jauges rendent aussi compte du passage de la fissure. Les analyses par éléments finis ont permis de quantifier le retard temporel de ces signaux lié à la propagation des ondes élastiques. Celui-ci est en général négligeable compte tenu de la proximité des jauges du trajet des fissures.

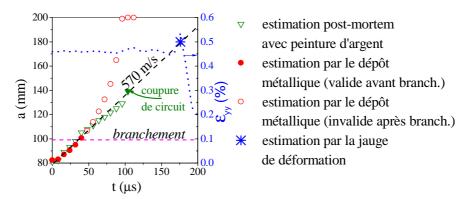


Fig. 6. Illustration de la façon dont toutes les informations peuvent être utilisées pour estimer au mieux la position du sommet de fissure pendant la propagation présentée en Fig. 5.

Les vitesses mesurées dans le PMMA renforcé s'avèrent être constantes, pour un échantillon donné, à la précision de la mesure près. En effet, bien que la valeur de la vitesse puisse être imprécise (typiquement ±5%), l'aspect linéaire des graphes de position du sommet de fissure en fonction du temps montre que la vitesse macroscopique ne varie pas de façon significative lorsque la propagation dynamique est amorcée.

# CALCUL DU TAUX DE RESTITUTION D'ENERGIE

La propagation génère un régime dynamique transitoire. Parmi les diverses méthodes d'analyse envisageables, numériques [10] ou analytiques [5], le choix d'analyses par la méthode des éléments finis, avec le logiciel CASTEM2000© [11] est retenu, pour sa souplesse d'utilisation. Il permet d'adapter chaque calcul aux conditions particulières de chaque essai. Notamment, les déformations aux extrémités  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  (Fig. 2) sont fournies aux calculs. En effet, compte tenu du report des charges sur les vis, le chargement peut être légèrement dissymétrique. Les hypothèses de la MELR sont faites pour estimer le taux de restitution d'énergie dynamique  $G_{ID}$ . Le calcul est fait en contraintes planes. Les éléments sont des quadrilatères à 4 nœuds. Les liaisons nodales sont relâchées aux instants correspondants au passage du sommet de fissure [12], instants mesurés expérimentalement. Ceci permet d'intégrer implicitement dans le calcul le comportement du matériau confiné en sommet de fissure, sans chercher à le modéliser. La modélisation de la zone cohésive en viscoplasticité en sommet de fissure n'est en effet pas immédiate [13], et les couplages thermomécaniques très forts rendent la modélisation d'autant plus ardue.

A priori, il n'est pas nécessaire d'envisager des remaillages ou des translations nodales [14] qui permettraient un traitement spécifique du sommet de fissure. En effet, dans le régime quasi permanent, le calcul impose une translation de la zone singulière du sommet de fissure. Le bilan d'énergie, énergie élastique et cinétique, éventuellement énergie dissipée en viscoélasticité, est effectué entre chaque pas de calcul. L'erreur qui peut être commise dans l'intégration des énergies se retrouve soustraite lors du bilan d'énergie, puisque, la zone singulière se translatant, le niveau d'erreur ne peut pas beaucoup différer entre deux pas de calcul. On calcule donc

$$G_{ID} = \frac{1}{B} \left( \frac{\partial U_{ext}}{\partial a} - \frac{\partial U_{ela}}{\partial a} - \frac{\partial U_{cin}}{\partial a} - \frac{\partial U_{dis}}{\partial a} \right)$$
 (2)

où  $U_{ext}$  est l'énergie apportée au système,  $U_{ela}$  l'énergie élastique,  $U_{cin}$  l'énergie cinétique et  $U_{dis}$  l'énergie dissipée hors du sommet de fissure. Compte tenu des conditions aux limites imposées, le terme  $\partial U_{ext} / \partial a$  s'annule. Pour un calcul avec les hypothèses de la MELR, adoptées ici et déjà validées pour certains polymères amorphes [15, 16], le terme  $\partial U_{dis} / \partial a$ 

s'annule aussi. Les couplages thermomécaniques, qui ont tendance à faire varier la température au voisinage du sommet de fissure [17, 18], sont négligés. En effet, on s'attend à ce que les modules d'élasticité varient peu [19] et les hypothèses de la MELR excluent de prendre en compte la variation du seuil plastique, qui varie avec la température en sommet de fissure [20], puisque les écoulements plastiques sont confinés en sommet de fissure.

Les calculs sont basés sur le relâchement de la contrainte dans l'échantillon. Pour cela, les calculs assurent que la force exercée sur la plaque à l'amorçage de la propagation correspond à l'estimation expérimentale, compte tenu du report de charge et de la relaxation. La Fig. 7 illustre l'énergie restituée, définie par le niveau de contrainte et le module dynamique. Les modules dynamiques sont ceux fournis en annexe 1, pour des vitesses de déformations de l'ordre de celle mesurable sur la Fig. 7(b). Les vitesses des ondes longitudinales, c<sub>l</sub>, transversales, c<sub>t</sub> et de Rayleigh, c<sub>r</sub>, sont données en table 1.

	E (GPa)	ν	c <sub>1</sub> (m/s)	c <sub>t</sub> (m/s)	$c_{r}$ (m/s)
PMMA	5	0.33	2500	1260	1170
$(20^{\circ}\text{C}, 85 \text{ s}^{-1})$					
PMMA renforcé	3,73 à 3,92	0.36	2310 à 2370	1080 à 1110	1010 à 1040
$(19^{\circ}\text{C à }27^{\circ}\text{C}, 215 \text{ s}^{-1})$					

Table 1. Caractéristiques élastiques des matériaux testés, aux vitesses de déformation et températures mesurées pendant les propagations de fissure.

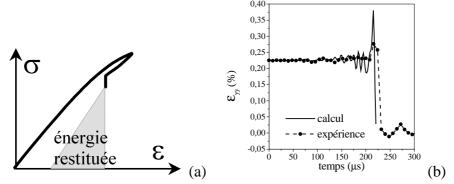


Fig. 7. (a)Energie restituée au cours de la propagation dynamique, définie par le niveau de contrainte et les modules d'élasticité dynamiques. (b) Vitesses de décharge typique, expérimentale et calculée par éléments finis, liée à la fissuration dynamique dans un PMMA renforcé.

La sensibilité à la méthode d'intégration est illustrée en Fig. 8(a). Les deux méthodes testées sont la méthode d'intégration temporelle dite Newmark centrée et la méthode de convergence dite  $\theta$ -méthode [11]. Les deux méthodes donnent des résultats quasiment identiques. Les résultats sont peu sensibles au maillage. Les calculs présentés ici sont faits avec des éléments de 1\*1mm². Les tests effectués avec des éléments de 1.5\*1.5mm² et 2\*2mm² donnent respectivement des écarts de +3.5% et +7.3% sur les valeurs moyennes de  $G_{ID}$ . D'une façon générale, la correction dynamique est relativement faible, comparée à la correction approchée couramment utilisée  $(1-v_a/c_r)$ , où  $v_a$  est la vitesse du sommet de fissure. En effet la correction dynamique se situe aux alentours de 20% [6], soit une réduction de 20% de  $G_{IO}$ , au lieu d'environ 50% pour la correction approchée [21]. La Fig. 8(b) montre qu'effectivement le champ des contraintes autour du sommet de fissure est peu perturbé par les effets d'inertie lorsque  $v_{ma}$  = 600 m/s. On s'aperçoit aussi sur la Fig. 8(a) qu'une erreur de 10% sur la vitesse de propagation n'affecte pas de façon significative l'estimation de  $G_{ID}$ .

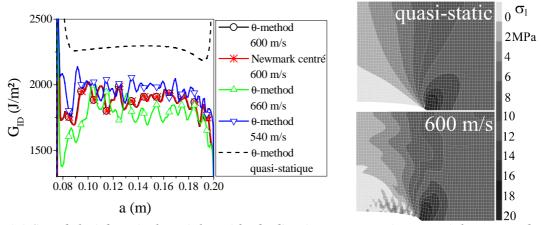


Fig. 8. (a) Sensibilité des résultats à la méthode d'intégration numérique et à la vitesse de propagation de la fissure. (b) Isovaleurs de la plus grande contrainte principale pour une longueur de fissure  $a_0 + 10$  mm dans les cas quasi-statique et dynamique.

# **ANALYSE DES RESULTATS**

#### VALEURS D'ENERGIE DE RUPTURE ET SURFACES DE RUPTURE POUR LE PMMA

Les tests pour le PMMA ont été effectués à 20°C, pour des épaisseurs de plaques d'environ 1.5 mm. La Fig. 9 montre que les valeurs de l'énergie de rupture mesurées sont faibles et ont tendance à croître avec la vitesse de propagation, conformément aux résultats de la littérature [22, 23, 24]. Pour ce matériau fragile, il est difficile d'éviter la propagation en cours de chargement, même avec un sommet d'entaille émoussé. Les vitesses de propagation de fissure varient de la situation quasi-statique (typiquement moins de 300 m/s) à la situation dynamique. Les vitesses de propagation des sommets de fissures varient généralement pendant la propagation.

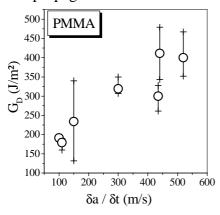


Fig. 9. Energie de rupture en fonction de la vitesse moyenne de propagation de la fissure pour le PMMA.

Les surfaces de rupture observées ont systématiquement un aspect miroir. Contrairement aux observations de divers auteurs [7, 25, 26, 27, 28, 29], aucune marque parabolique n'est visible, au moins par la microscopie optique. Cependant, le matériau ayant de bonnes qualités optiques de transparence, la microscopie optique ne permet peut-être pas de révéler ces marques, si leur taille est petite.

#### ENERGIES DE RUPTURE POUR LE PMMA RENFORCE

# Amorçage naturel de la fissure

Pour la Fig. 10(a) le test a été effectué avec deux plaques comme décrit en Fig. 2. Cependant, le chargement est monotone croissant à 10 mm/s et il n'y a pas de report de charge

sur les 4 vis comme pour les autres essais. Compte tenu des conditions d'essais, les deux plaques ayant rompu dans un ordre chronologique inconnu et les mors étant partiellement libres en rotation, il n'est pas possible de connaître la force d'extension de fissure. La connaissance de la position du sommet de fissure en fonction du temps est néanmoins utile. Elle présente une accélération brusque, généralement qualifiée d'instabilité [30], en sortie d'une zone légèrement blanchie, dans l'épaisseur, pour atteindre plus de 550 m/s.

Pour obtenir un autre amorçage naturel de la fissure, contrairement au schéma de la Fig. 2, une seule plaque, de 2 mm d'épaisseur, a été placée dans les mors. Le chargement à 1 mm/mn a été maintenu jusqu'à ce que la fissure se propage. Ce montage autorise une rotation des mors et la force d'extension de fissure n'est pas constante. Une simulation par éléments finis, où les mors sont libres en rotation, estime l'énergie moyenne de rupture à 3.1 KJ/m². Cette valeur concorde avec les résultats de la littérature [31]. Une zone fortement blanchie en forme de flamme, typique des polymères transparents renforcés au choc [32], d'environ 1 mm d'épaisseur, est visible après rupture sur les 10 premiers millimètres de la propagation [33]. La Fig. 10(b) montre que la fissure accélère de façon continue dans cette zone pour atteindre environ 0.1 m/s. Il s'ensuit une propagation avec un très léger blanchiment dans l'épaisseur, traduisant l'effet de triaxialité en sommet de fissure.

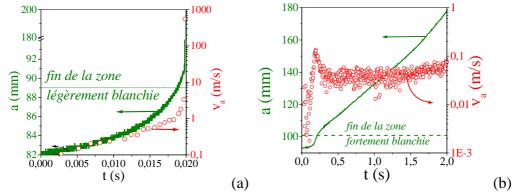


Fig. 10. Position du sommet de fissure et vitesse en fonction du temps pour deux amorçages naturels de la fissure dans le PMMA renforcé.

Le matériau ne blanchit quasiment plus lorsque la vitesse de propagation atteint des vitesses de l'ordre de 1 m/s. Ce comportement reflète une forte dépendance des mécanismes de déformation, dans ce matériau, à la vitesse de déformation. En effet, à ces vitesses de propagation, il apparaît que les phénomènes dissipatifs de cavitation, [34, 35, 36, 37, 38], n'agissent plus, au moins en dehors d'une zone très confinée en sommet de fissure. Une explication plausible pourrait être que l'élastomère des nodules utilisés pour renforcer le PMMA réagissent, à ces vitesses de déformation, comme un polymère amorphe en dessous de sa température de transition vitreuse. L'endommagement est donc aussi dépendant de la contrainte dite "T", qui domine en avant de la zone singulière [39].

# Amorçage artificiel de la fissure

On s'attend à ce qu'il faille moins d'énergie pour entretenir la propagation d'une fissure que pour l'amorcer. La Fig. 11(a) confirme ce comportement puisque les valeurs d'énergie mesurées sont un ordre de grandeur en dessous de celles couramment rencontrées à l'amorçage [33, 31]. Les valeurs d'énergie présentées sont issues d'une moyenne de l'énergie de rupture dynamique estimée par éléments finis, le long de l'axe de propagation. Les valeurs retenues pour la moyenne sont celles des points situés de 1.5 mm après l'entaille initiale jusqu'à L – 5 mm ou le point de branchement éventuel, de sorte que la moyenne ne concerne que le régime permanent de la propagation.

Les vitesses de propagation de fissure rencontrées, lorsque l'amorçage est provoqué par l'enfoncement d'une lame dans l'entaille émoussée, entre 19°C et 27°C, sont très voisines de 570 m/s. De plus, pour un échantillon donné, la vitesse de propagation est constante, à la précision de la mesure près, indépendamment du branchement éventuel de la fissure. En effet, de façon inattendue, le sommet de fissure ne change pas de vitesse après un branchement, comme le montre par exemple la Fig. 6. Contrairement au PMMA, il n'y a pas de corrélation entre la vitesse de propagation et l'énergie de rupture, notamment parce que l'intervalle de variation de la vitesse est très étroit.

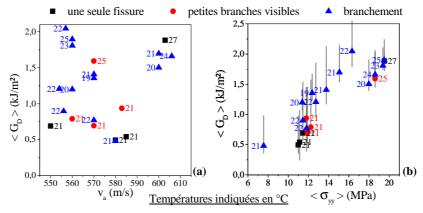


Fig. 11. (a) Energies de rupture en fonction de la vitesse de propagation de la fissure pour le PMMA renforcé. (b) Corrélation entre l'énergie de rupture, la précontrainte moyenne et la rugosité des surfaces.

Cette constatation pose un problème, puisque, pour la géométrie de l'éprouvette en bande, l'énergie à restituer est quasiment constante pendant la propagation. L'énergie disponible variant peu tandis que l'accroissement de la longueur de fissure passe brutalement du simple au double. Un paramètre semble manquer dans l'analyse si l'on ne considère pas la quantité totale de surface créée,  $S_{Ft}$ . La rugosité de la surface de rupture est liée à cette quantité. Dans le graphe de la Fig. 11(b), trois cas sont différenciés :

- les trajets de fissure quasiment rectilignes ne laissant pas apparaître de branchement visible à l'œil nu (symboles carrés),
- les trajets de fissure quasiment rectilignes laissant apparaître des branchements "avortés" visibles à l'œil nu mais inférieurs à typiquement 2 mm (symboles circulaires),
- les trajets de fissure ayant donné lieu à un branchement macroscopique. Dans la plupart de ces cas 2 fissures se propagent symétriquement après le branchement (symboles triangulaires).

Cette différentiation correspond à une quantité croissante de surface créée par la rupture. Elle fait apparaître la tendance du matériau à créer d'autant plus de surface qu'il y a d'énergie à restituer. La corrélation avec la précontrainte moyenne,  $<\sigma_{yy}>$ , ou de façon équivalente avec la densité d'énergie, est évidente si l'on se réfère à l'éq. 1, la hauteur H des plaques variant peu.

#### SURFACES DE RUPTURE POUR LE PMMA RENFORCE

La quantification de la rugosité des surfaces de rupture n'était pas l'objet des présentes expérimentations. Le terme rugosité est compris ici au sens large, puisqu'il doit inclure des surfaces créées non ouvertes à l'extérieur. En effet, le matériau étant transparent, on observe des branchements "avortés", de toutes tailles, inaccessibles à certaines mesures, par contact par exemple. Les observations des photographies 1(a), 1(b), 2(a), 2(b), et 3 représentent des vues des surfaces de rupture dont l'épaisseur est 2 mm. Les deux surfaces créées sont remises

bord à bord pour les prises de vue. Une face de l'échantillon étant revêtue d'un dépôt métallique, constituant la jauge de position du sommet de fissure, mais aussi un miroir, le reflet de la surface apparaît sur les photographies. Les photographies font apparaître des rugosités différentes, correspondant respectivement aux différents symboles de la Fig. 11(b).

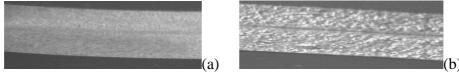


Photo. 1. Surfaces de rupture sans amorce de branchement visible à l'æil nu. A gauche surface typique, très peu rugueuse, observée à l'arrêt d'une fissure (propagation de gauche à droite).

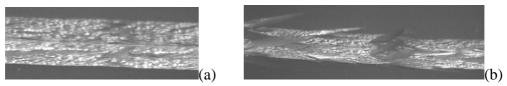


Photo. 2. Surfaces de rupture relativement rugueuses avec amorces de branchement visible à l'œil nu (propagation de gauche à droite).

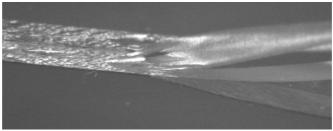


Photo. 3. Surfaces de rupture à l'endroit d'un branchement multiple - 3 branches - (propagation de gauche à droite).

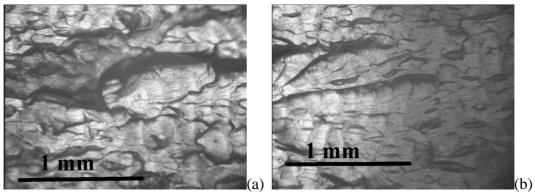


Photo. 4. Observations en microscopie optique des surfaces de rupture (a) 9 mm avant et (b) 1 mm avant le branchement (propagation de gauche à droite).

Comme la Photo. 3 le visualise, les surfaces n'ont pas le même aspect juste avant et juste après un branchement. Les Photos 4(a), 4(b) et 5(a), 5(b), réalisées en microscopie optique avant et après branchement pour la même fissure confirment la différence de rugosité. On constate en effet que le relief est toujours beaucoup plus prononcé avant un branchement qu'après.

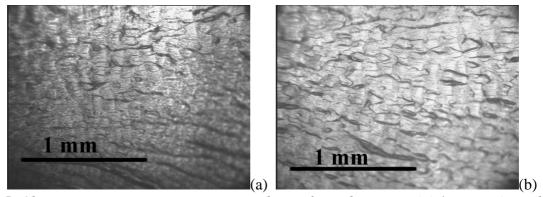


Photo. 5. Observations en microscopie optique des surfaces de rupture (a) 1 mm après et (b) 7 mm après le branchement (propagation de gauche à droite).

Les images des Fig. 12(a), 12(b) et 12 (c) obtenues en microscopie à force atomique (AFM) indiquent que le plan de propagation de la fissure est fortement perturbé à l'échelle des nodules. Il semble que les nodules ne soient pas traversés par la fissure.

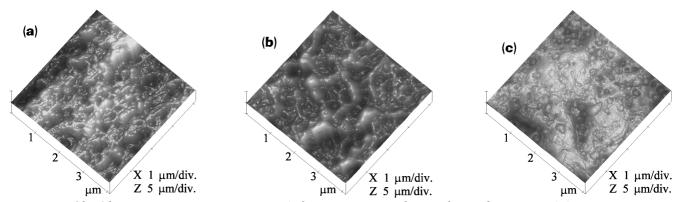


Fig. 12. Observations en microscopie à force atomique des surfaces de rupture (a) zone endommagée - blanchie -  $v_a < 1$  m/s, (b) rupture fragile avant un branchement  $v_a > 500$  m/s et (c) rupture fragile avant un arrêt de fissure  $v_a > 500$  m/s.

# **CONCLUSION**

L'énergie nécessaire pour entretenir la propagation d'une fissure dans le PMMA renforcé est de l'ordre de 10 fois moins que celles habituellement mesurées à l'amorçage de la propagation. La valeur minimale de cette énergie est de l'ordre de grandeur de celle mesurée dans des conditions analogues pour un PMMA. Les vitesses de propagation mesurées dans le PMMA renforcé, sont quasiment constantes, que la fissure ait occasionné un branchement ou non, et se situent approximativement à 0.55 c<sub>r</sub>. Lorsque la force d'extension de fissure le permet, les fissures ont tendance à accélérer brusquement jusqu'environ 570 m/s. On peut en conclure que, dans le régime dynamique, plus la fissure va vite, moins elle consomme d'énergie, comme le confirme la Fig. 13. Mais au-delà d'environ 0.55 c<sub>r</sub>, les effets inertiels modifient le champ des contraintes en sommet de fissure [21, 40, 41]. En effet, à ces vitesses, les sollicitations principales ne sont plus dans le prolongement de la fissure. Expérimentalement, on observe les branches symétriquement placées à environ ±20 degrés. La théorie prévoit un angle plus important, environ 60 degrés, influencé par le coefficient de Poisson. Mais les calculs analytiques considèrent les champs singuliers donnés par la MELR. Au voisinage de 0.6 c<sub>r</sub>, si la fissure tend à accélérer, il s'ensuit un branchement de la fissure.

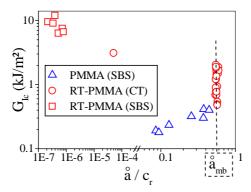


Fig. 13. Compilations des résultats pour les valeurs d'énergie de rupture du PMMA pur et du PMMA renforcé.

La tendance du matériau est à l'accélération. Les effets mécaniques limitent la vitesse. De plus dans les PMMA renforcés, matériaux à deux phases ou plus, les champs mécaniques microscopiques sont hétérogènes, ce qui encourage d'autant plus les déviations de fissure [42]. Dans le régime dynamique, la fissure se stabilise donc à la vitesse de branchement puisqu'elle ne peut la dépasser. Le supplément d'énergie par rapport à ce qui serait strictement nécessaire pour créer deux surfaces est consommé par des amorces de branchement. Ces instabilités, observées notamment par [43], sont d'autant plus nombreuses que ce supplément d'énergie est grand. Il y a branchement macroscopique lorsque ce supplément atteint une valeur suffisante pour passer de deux surfaces rugueuses à quatre surfaces relativement lisses. A cette vitesse particulière de propagation, vitesse de branchement macroscopique, l'énergie de rupture dynamique macroscopique n'a pas une valeur unique. Cependant, il est peu probable que la vitesse de propagation microscopique, difficilement mesurable, est quasiment constante. Elle est probablement localement supérieure à 0.55 c<sub>r</sub>, au moins pour des raisons géométriques et peu osciller autour de 0.6 c<sub>r</sub>. Les ordres de grandeurs des valeurs d'énergie de rupture en présence, reportées en Fig. 13, permettent d'envisager que l'on puisse chercher à considérer l'énergie de rupture macroscopique comme le produit  $S_{Ft}*\gamma_{PMMA}$ , où  $\gamma_{PMMA}$  est l'énergie de rupture du PMMA à environ 0.6 c<sub>r</sub>.

En conséquence, il apparaît que la quantité totale de surface créée,  $S_{Ft}$ , devrait être considérée, et non pas le terme habituel,  $S_{Fp} = \Delta a*B$ , qui considère la surface projetée dans le plan de propagation, pour que ces mesures prennent un sens. Pour pouvoir mieux corréler les données de la Fig. 11(b), il faudrait tracer les valeurs d'énergie de rupture en fonction de la surface totale créée. Pour ce faire, il conviendrait d'une part de développer des moyens d'analyse permettant de quantifier précisément cette surface et ,d'autre part, de poursuivre les estimations, par éléments finis, des valeurs d'énergie restituées après branchement. Les effets de la viscoélasticité non linéaire et des couplages thermomécaniques restent aussi à quantifier.

# **RÉFÉRENCES**

- [1] Thesken, J. C, A Theoretical and Experimental Investigation of Dynamic Delamination in Composites, The Aeronautical Research Institute of Sweden, FFA-TN, **57**, (1994).
- [2] Wheel, M. A. et Leevers, P. S., *High Speed Double Torsion Tests on Tough Polymers. I: Linear Elastic Steady State and Dynamic Analysis*, Int. J. Fract., **61**, (1993), p. 331-348.
- [3] Wheel, M. A. et Leevers, P. S., *High Speed Double Torsion Tests on Tough Polymers. I: Nonlinear Elastic Dynamic Analysis*, Int. J. Fract., **61**, (1993), p. 349-359.
- [4] Béguelin, Ph. et Kausch, H. H., The Effect of the Loading Rate on the Fracture Toughness of Poly(methyl methacrylate), Polyacetal, Polyetheretherketone and modified PVC, J. Mat. Sci., 29, (1994), p.91-98.

- [5] Popelar, C. H. et Atkinson, C., *Dynamic Crack Propagation in a Viscoelastic Strip*, J. Mech. Phys. Solids, **28**, 14, (1980), p. 77-93.
- [6] Nilsson, F., *Dynamic Stress-Intensity Factors for Finite Strip Problems*, Int. J. Fract. Mech., **8**, (1972), p.403-411.
- [7] Carlsson, J., Dahlberg, L. et Nilsson, F., Experimental Studies of the Unstable Phase of Crack Propagation in Metals and Polymers, Proc. Int. Conf. Dyn. Crack Propag., (1972), éd. 1973, p. 165-181.
- [8] Kobayashi, A. et Ohtani, N., *Initial Slow Crack Growth Behavior Followed by Rapid Brittle Fracture in a Viscoelastic Solid*, J. Appl. Polym. Sci., **21**, (1977), p. 1351-1358.
- [9] Fond, C. et Schirrer, R., Fracture Surface Energy Measurement at High Crack Speed using a Strip Specimen: Application to Rubber Toughened PMMA, Journal de Physique IV, (1997), p. C3-969-C3-974.
- [10] Ivankovic, A., Demirdzic, I., Williams, J. G. et Leevers, P. S., *Application of the Finite Volume Method to the Analysis of Dynamic Fracture Problems*, Int. J. Fract., **66**, (1993), p. 357-371.
- [11] Documentation du Logiciel CASTEM2000©, C.E.A., France, version 1999.
- [12] Lo, C. Y. et Nakamura, T., Computational Analysis of Dynamically Propagating Cracks in Axisymetric Solids, Int. J. Fract., **70**, (1995), p. 217-235.
- [13] Costanzo, F. et Walton, J. R., Numerical Simulation of a Dynamically Propagating Crack with a Nonlinear Cohesive Zone, Int. J. Fract., **91**, (1998), p. 373-389.
- [14] Nishioka, T., et Atluri, S. N., Numerical Modelling of Dynamic Crack Propagation in Finite Bodies by Moving Singular Elements Part 1: Formulation, Trans. ASME, 47, (1980), p. 570-1576.
- [15] Takahashi, K. et Arakawa, K., Dependance of Crack Accelaration on the Dynamic Stress-Intensity Factor in Polymers, Exp. Mech., 27, (1987), p. 195-200.
- [16] Ferrer, J. B., Fond, C., Arakawa, K., Takahashi, K., Béguelin, P. et Kausch, H.-H., *The Influence of Crack Acceleration on the Dynamic Stress Intensity Factor During Rapid Crack Propagation*, Letters in Fracture and Micromechanics, **87**, 3, (1998), L77-L82.
- [17] Fuller, K. G. N., Fox, P. G. et Field, J. E., *The Temperature Rise at the Tip of Fast-Moving Cracks in Glassy Polymers*, Proc. R. Soc. Lond. A., **341**, (1975), p.537-557.
- [18] Rittel, D., Experimental Investigation of Transient Thermoelastic Effects in Dynamic Fracture, Int. J. Sol. Struct., 35, 22, (1998), p. 2959-2973.
- [19] Takahashi, K., Experimental Determination of the Rigidity Modulus of PMMA Near a Running Crack Tip, J. Macromol. Sci.-Phys., **B19**, 4, (1981), p. 695-713.
- [20] Doll, W., An Experimental Study of the Heat Generated in the Plastic Region of a Running Crack in Different Polymeric Materials, Eng. Fract. Mech., 5, (1973), p. 259-268.
- [21] Freund, L. B., Crack Propagation in an Elastic Solid Subjected to General Loading-I. Constant Rate of Extension, J. Mech. Phys. Solids, **20**, (1972), p. 129-140.
- [22] Williams, J. G., Visco-Elastic and Thermal Effects on Crack Growth in PMMA, Int. J. Fract., 8, (1972), p. 393-401.
- [23] Kobayashi, A., Ohtani, N. et Munemura, M., *Dynamic Stress Intensity Factors during Viscoelastic Crack Propagation at Various Rates*, J. Appl. Polym. Sci., **25**, (1980), p. 2789-2793.
- [24] Doll, W., Application of an Energy Balance and an Energy Method to Dynamic Crack Propagation, Int. J. Fract., **12**, 4, (1976), p. 595-605.
- [25] Johnson, F. A. et Radon, C., *Fracture Process and Molecular Kinetics of PMMA*, Proc. Int. Conf. Dyn. Crack Propag., (1972), éd. 1973, p. 165-181.

- [27] Takahashi, K., Matsushige et K., Sakurada, Y., Precise Evaluation of Fast Fracture Velocities in Acrilyc Polymers at the Slow-to-Fast Transition, J. Mater. Sci., 19, (1984), p. 4026-4034.
- [28] Shioya, T., Koga, Y., Fujimoto, K et Ishida, R., *Micro-Mechanism of Dynamic Crack Propagation in Brittle Materials*, J. Phys., **49**, 9, (1988), C3-253-C3-260.
- [29] Sheng, J. S. et Zhao, Y.-P., Two Critical Crack Propagating Velocities for PMMA Fracture Surface, Int. J. Fract., **98**, (2000), p. L9-L14.
- [30] Fineberg, J., Gross, S., Marder, M. et Swinney, H. L., *Instability in Dynamic Fracture*, Phys. Rev. Let., **67**, 4, (1991), p. 457-460.
- [31] Béguelin, Ph., Approche Expérimentale du Comportement Mécanique des Polymères en Sollicitation Rapide, Ph. D. Thesis n°1572, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (Switzerland), (1996).
- [32] Du, J., Thouless, M. D. et Yee, A. F., *Development of a Process Zone in Rubber-Modified Epoxy Polymers*, Int. J. Fract., **92**, (1998), p. 271-285.
- [33] Berthet, R., Fond, C. et Schirrer, R., Endommagement et rupture des polymères amorphes renforcés au choc par des nodules d'élastomère mesure de la ténacité aux moyennes vitesses de sollicitation, Revue de l'A.M.A.C., Lyon, (1993).
- [34] Fond, C., Schirrer, R. et Lobbrecht, A., Polymers Toughened with Rubber Microspheres: an Analytical Solution for Stresses and Strains in the Rubber Particles at Equilibrium and Rupture, Int. J. Fract., (1996), 77, p. 141-159.
- [35] Schirrer, R., Fond, C. et Lobbrecht, A., Volume Change and Light Scattering During Mechanical Damage in PMMA (Polymethylmethacrylate) Toughened with Core Shell Rubber Particles, J. Mat. Sc., (1996), 31, 24, p. 6409-6422.
- [36] Dompas, D. et Groeninckx, G., Toughening Behaviour of Rubber-Modified Thermoplastic Polymers Involving Very Small Rubber Particles: 1. A Criterion for Internal Rubber Cavitation, Pol. 35, (1994), p. 4743-4749.
- [37] Bucknall, C. B., Karpodinis, A. et Zhang, X. C., A Model for Cavitation in Rubber-Toughened Plastics, J. Mat. Sci., 29, (1994), p. 3377-3383.
- [38] Mauzac, O. et Schirrer, R., Crack Tip Damage Zone in Rubber Toughened Amorphous Polymers: a Micromechanical Model, J. Mat. Sci., 25, (1992), p. 5125-5133.
- [39] Fond, C., Berthet, R. et Schirrer, R., *Crack-Tip Damaged Zone, K<sub>I</sub> Values and Propagation of a Crack in Rubber Toughened PMMA*, Deformation, Yield and Fracture of Polymers, 11-14 April 1994, Cambridge, UK.
- [40] Yoffé, E. H., The Moving Griffith Crack, Phil. Mag., 12, (1951), p 739-750.
- [41] Rose, L. R. F., Recent Theoretical and Experimental Results on Fast Brittle Fracture, Int. J. Fract., (1976), 12, 6, p. 141-159.
- [42] Papadopoulos, G. A. et Papanicolaou, G. C., Dynamic Crack Propagation in Rubber-Modified Composite Models, J. Mater. Sci., 23, (1988), p. 3421-3434.
- [43] Narisawa, I. et Takemori, M. T., *Unstable Fracture of Rubber-Toughened Polymers*, Polym. Eng. Sci., **28**, 22, (1988), p. 1462-1468.
- [44] Koppelman, J. et Hirnböck, R., *Linear and Non-Linear Viscoelastic Behaviour of Poly(Methyl Methacrylate) in the Hard Region*, Polym. Eng. Sci., **18**, 14, (1978), p. 1087-1092.
- [45] S. Géhant, Endommagement Mécanique par Cavitation dans des Polymères Amorphes à Deux Phases: Mesures par Diffusion Multiple de la Lumière et Analyse Micro-Mécanique, Thèse de doctorat de l'Université Louis Pasteur, en progrès, Strasbourg.

#### **ANNEXES**

# A1. COMPORTEMENT DU MATERIAU

Les matériaux utilisés sont issus de production industrielle et disponibles dans le commerce. Le comportement des matériaux PMMA et PMMA renforcé a été caractérisé en traction uniaxiale à 0.4% de déformation. La Fig. A1.1 montre les évolutions des caractéristiques viscoélastiques en fonction de la température pour le PMMA. Bien que l'on puisse craindre un cumul de fluage ou relaxation, les valeurs mesurées ne sont que très faiblement dépendantes du taux de déformation appliqué durant l'essai de caractérisation, les variations étant noyées dans l'erreur de mesure.

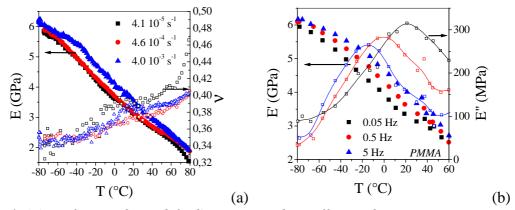


Fig. A1. 1. (a) Evolutions du module d'Young E et du coefficient de Poisson v, en traction uniaxiale, à vitesse de déformation constante, en fonction de la température, pour le PMMA pur. (b) Evolutions du module de stockage E' et du module de perte E'', en traction uniaxiale, à vitesse de déformation sinusoïdale, en fonction de la température, pour le PMMA pur.

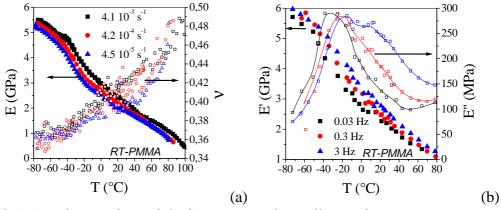


Fig. A1. 2. (a) Evolutions du module d'Young E et du coefficient de Poisson v, en traction uniaxiale, à vitesse de déformation constante, en fonction de la température, pour le PMMA renforcé. (b) Evolutions du module de stockage E' et du module de perte E", en traction uniaxiale, à vitesse de déformation sinusoïdale, en fonction de la température, pour le PMMA renforcé.

Le rapport des modules d'Young sur la contrainte d'écoulement plastique étant quasiconstant, le formalisme d'Eyring, considérant le processus de déformation mécanique thermiquement activé, est supposé pouvoir, en première approche, être étendu à la viscoélasticité. L'énergie d'activation du module d'Young, déduite des résultats de la Fig. A1. 1.(a), vaut 252 kJ/mol, pour un volume d'activation de 5.5  $10^{-2}$  nm<sup>3</sup>. La vitesse moyenne de décharge, liée au passage de la fissure, mesurée à l'aide de jauges de déformation placées à environ 10 mm du trajet de la fissure vaut  $85 \, \text{s}^{-1}$ . Les caractéristiques élastiques correspondantes, utilisées dans les analyses par éléments finis, sont E = 5 GPa et v = 0.33 à

 $20^{\circ}$ C. Ces valeurs concordent avec des résultats de la littérature [44], obtenus pour un PMMA dans le régime ultrasonore. De même, pour le PMMA renforcé, à l'aide des résultats de la Fig. A1. 2.(a), les modules utilisés dans les analyses par éléments finis sont compris entre E = 3.732 GPa et E = 3.924 GPa pour des températures de  $19^{\circ}$ C à  $27^{\circ}$ C, pour une vitesse moyenne de décharge de  $215 \text{ s}^{-1}$ . Le coefficient de Poisson,  $\nu$ , correspondant est estimé à 0.33 à toutes ces températures.

Les modules de perte correspondant sont supposés négligeables dans les analyses par éléments finis. Bien que le matériau soit amortissant, compte tenu des valeurs mesurées pour E", illustrées en Fig. A1. 1(b) et A1. 2.(b), on peut considérer que l'énergie dissipée en viscoélasticité hors de la zone confinée en sommet de fissure, est un terme du second ordre. La Fig. A1. 3.(a) illustre les effets d'un amortissement du matériau, dans le cas où la matrice d'amortissement A serait proportionnelle, par un facteur c, à la matrice de rigidité K du modèle par éléments finis. En d'autres termes, le matériau aurait un comportement décrit par

$$\sigma_{ii} = 3 \ k \ (\epsilon_{ii} + \tau \, \frac{\partial \epsilon_{ii}}{\partial t}) \quad \text{ et } \quad \sigma_{ij} = 2 \ G \ (\epsilon_{ij} + \tau \, \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial t}), \ i \neq j \tag{eq. A1. 1}$$

avec les conventions de sommation d'Einstein, où  $\tau$  est un temps de relaxation, constante du matériau, et k et G sont respectivement les modules de compressibilité et de cisaillement. L'énergie consommée par la dissipation visqueuse, terme  $\partial U_{dis}$  /  $\partial a$  de l'éq. 2, devient en effet prépondérante pour de relativement faibles taux d'amortissement, typiquement pour  $\tau > 10^{-8}$ .

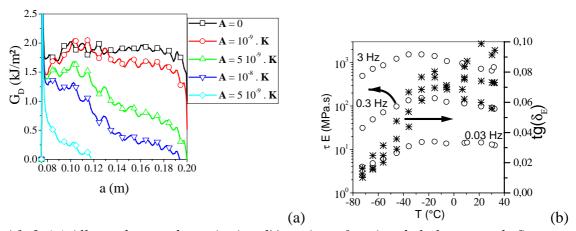


Fig. A1. 3. (a) Allures du taux de restitution d'énergie en fonction de la longueur de fissure dans le cas d'un amortissement proportionnel. (b) Variables décrivant la dissipation dans le PMMA renforcé.

Pour analyser les résultats de la spectrométrie mécanique sinusoïdale, on considère que la boucle dissipative est proche d'une forme d'ellipse, ce qui revient à modéliser le comportement par une loi du type  $\sigma = A$  {E'  $\sin(2\pi f t) + E'' \cos(2\pi f t)$ }, où E' et E'' sont respectivement les modules de stockage et de perte, f est la fréquence de la sollicitation mécanique et A son amplitude. Pour la caractérisation en traction uniaxiale, le concept de l'éq.

(A1.1) donne  $\sigma = E\left(\epsilon + \tau \frac{\partial \epsilon}{\partial t}\right)$ , où E est le module d'Young. Ce modèle de comportement correspond à la mise en série d'un comportement élastique linéaire et d'un fluide newtonien de viscosité  $\tau$  E. Il produit effectivement des boucles dissipatives en forme d'ellipse. Mais une telle analogie, impliquant  $E'' = 2 \pi f \tau E'$ , induit en erreur. En effet, on constate sur la Fig. A1. 3(b), que E'' mesuré expérimentalement varie peu avec la vitesse de déformation. Donc la viscosité  $\tau$  E' devrait varier comme  $f^{-1}$ , constatation incompatible avec l'hypothèse de

fluide newtonien. Il est en effet bien connu que l'angle de perte est essentiellement apparenté à un frottement interne, bien plus qu'à une viscosité de type fluide.

La mise en œuvre en éléments finis nécessite donc des développements spécifiques. Assimilant  $2\pi f$  à la vitesse de déformation, on obtient  $tg(\delta_E) = E'' / E' \approx (\partial \epsilon_{ii} / \partial t) \tau$ , où  $\delta_E$  est l'angle de perte du matériau mesuré en déformation uniaxiale, lui même fonction de la vitesse de déformation et de la température. On s'aperçoit ainsi que, pour des calculs introduisant cette dissipation, la loi de comportement à prendre en compte ne serait pas simple et pourrait correspondre à une expression du type

$$\begin{split} \Delta \epsilon_{ii}(t) &= \frac{1}{3~k'} \left\{ \Delta \sigma_{ii}(t) + \frac{(\partial \epsilon_{ii} \, / \, \partial t)}{tg(\delta_k)} \sigma_{ii}(t) \, \Delta t \right\} \quad \text{et} \\ \Delta \epsilon_{ij}(t) &= \frac{1}{2~G'} \left\{ \Delta \sigma_{ij}(t) + \frac{(\partial \epsilon_{ij} \, / \, \partial t)}{tg(\delta_G)} \sigma_{ij}(t) \, \Delta t \right\}, \, i \neq j \end{split} \tag{eq. A1. 2}$$

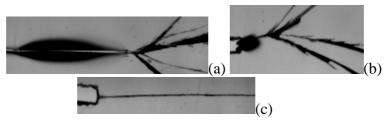
avec  $tg(\delta_k) = k'' / k'$  et  $tg(\delta_G) = G'' / G'$ .

Néanmoins, en considérant les modules de perte constants, à une température donnée, et inférieurs à 0.1, on peut simplifier le comportement en écrivant  $\sigma \approx E' \varepsilon$ . La dissipation par cycle vaut donc  $\pi$  A E" par unité de volume, quelle que soit la fréquence. Pour un quart de cycle, on aurait donc comme variation d'énergie stockée 1/2 A E' pour  $\pi/4$  A E' d'énergie dissipée par unité de volume. On obtient donc un ordre de grandeur de  $\pi \operatorname{tg}(\delta_E)/2$  entre l'énergie restituée et celle dissipée au cours d'une décharge. Ceci donne un ordre de grandeur  $(1 - \pi \operatorname{tg}(\delta_{E}) / 2)$ , au facteur de réduction, à appliquer sur  $G_{I0}$ , si l'on considère la dissipation. Si de plus, les déformations liées aux ondes, amorties, produites par la propagation dynamique sont de faible amplitude, par rapport à la déformation liée à la décharge due au passage de la fissure, alors l'ordre de grandeur de ce facteur de réduction vaut aussi pour G<sub>ID</sub>. Dans notre cas, cela correspond à une erreur de moins de 10% sur l'estimation de G<sub>ID</sub>. Dans la mesure où l'observation des surfaces de rupture ainsi que l'évolution des vitesses de propagation (pas d'arrêt de fissure) ne reflètent pas un taux de restitution d'énergie fortement décroissant, comme le prédirait la Fig. A1. 3 pour  $c > 10^{-9}$ , la dissipation visqueuse peut être considérée, en première approche, comme négligeable, à l'instar des résultats obtenus par [16].

# **A2. MODELISATION DE L'IMPACT**

Pour amorcer la propagation, il faut un apport d'énergie supplémentaire à celui de la précontrainte. En effet, il faut que la fissure accélère pour traverser la zone endommagée située en sommet d'entaille. L'impact sur une lame en contact avec le sommet d'entaille fournit cette énergie. Ce supplément d'énergie modifie le taux de restitution d'énergie au début de la propagation. Ceci est nécessaire pour assurer un début de propagation exploitable. En effet, si la fissure peut puiser trop d'énergie dans la pré contrainte initiale, il s'ensuit un branchement quasi-immédiat, comme l'illustrent les Photos A2 1(a), (b) et (c).

Une modélisation simple de l'impact permet d'évaluer cette modification. L'objectif de cette modélisation est d'une part d'évaluer la longueur sur laquelle l'impact perturbe la propagation et d'autre part de pouvoir estimer le taux de restitution d'énergie lorsque le branchement se produit très tôt après l'amorçage. L'impact induit une déformation plastique, observable post-mortem. En effet, les jauges de déformation indiquent que l'impact induit une déformation  $\epsilon_{yy}$ , donc une contrainte participant à l'ouverture de la fissure, négligeable dans l'échantillon. Pour des échantillons non précontraints, la lame s'enfonce typiquement de  $0.9 \pm 0.1 \text{mm}$ . Connaissant la forme de la lame, il est possible de modéliser le processus de déformation plastique.



Photos A2. 1. (a) Amorçage "naturel" de la fissure par chargement croissant. (b) Amorçage par impact sur une lame pour une pré contrainte trop élevée entraînant un branchement multiple quasi-immédiat. (c) Amorçage par impact sur une lame pour une pré contrainte ajustée à la propagation d'une seule fissure macroscopique.

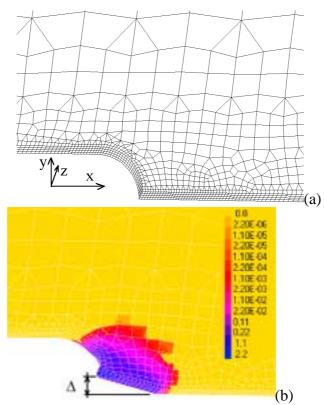


Fig. A2. 1. (a) Modèle tridimensionnel par éléments finis. Maillage non déformé et (b) déformé avec visualisation de la déformation plastique équivalente.

Une analyse quasi-statique par éléments finis en plasticité a permis de modéliser le contact. Ne pouvant, a priori, se satisfaire d'hypothèses de déformations ou contraintes planes, le choix d'un modèle tridimensionnel a été adopté. L'existence de deux plans de symétrie, (x, z) et (y, z) sur la Fig. A2. 1.(a), réduisent l'analyse à un quart du modèle. Pour les nœuds qui sont en contact avec la lame, un déplacement selon l'axe y est imposé, au cours du processus d'enfoncement de la lame. Le mouvement de ces nœuds est libre selon l'axe x. Ainsi, le contact assure géométriquement un coefficient de frottement global de 0.3. Il permet notamment un mouvement d'ensemble selon x de la partie en contact. Le comportement du matériau est supposé être élastique plastique parfait. La vitesse de déformation calculée sous le contact est de l'ordre de  $10^3$  s<sup>-1</sup>. Le formalisme d'Eyring fournit une correspondance temps température pour le seuil plastique  $\sigma_y$ , ainsi que pour le module d'Young E. Les données expérimentales concernant la plasticité sont issues de [45]. Le volume d'activation du seuil plastique, basé sur la contrainte équivalente de von Mises, est estimé à 3 nm³ et l'énergie

d'activation est estimée à 193 kJ/mol. Le rapport  $E/\sigma_y$  est quasiment constant pour le matériau considéré. Ceci autorise l'extension du formalisme à l'élasticité.

La Fig. A2. 2.(a) illustre l'étude de sensibilité aux paramètres du comportement du matériau. Les valeurs indiquées correspondent respectivement aux vitesses de déformation de  $10^3$ ,  $10^2$  et  $10^4$  s<sup>-1</sup>. On s'aperçoit que la force exercée par la lame sur la structure est peu dépendante de la vitesse de déformation choisie pour estimer le comportement. Elle est aussi peu dépendante du maillage, comme le montre la Fig. A2. 2.(b). Les maillages 1 et 2 sont issus de maillages automatiques de densités différentes, constitués respectivement de 6072 et 12960 nœuds formant 4392 et 10832 éléments, cubes à 8 nœuds ou prismes à 6 nœuds. Le maillage 3 est constitué de 7039 nœuds formant 1244 éléments, cubes à 20 nœuds ou prismes à 15 nœuds.

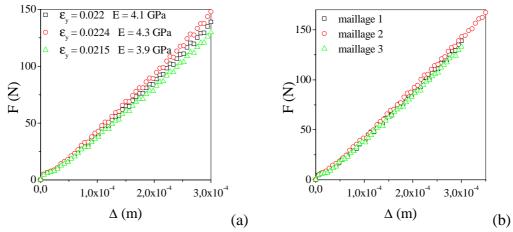


Fig. A2. 2. Etude de sensibilité de la force exercée par la lame (a) aux paramètres de comportement du matériau et (b) au maillage.

Ce modèle rudimentaire d'enfoncement d'un coin estime donc la force exercée à environ 140 N pour la demi-épaisseur et pour une empreinte plastique triangulaire de hauteur 0.6 mm et de base 1mm. Compte tenu des symétries, l'impact est donc modélisé par une force de 280 N. Cette force doit résulter d'un déplacement imposé de sorte que l'ouverture liée à la propagation ultérieure de la fissure réduise celle-ci. Ce déplacement sera imposé sur un nœud, positionné 1mm avant le nœud situé en sommet d'entaille. Ceci est illustré en Fig. A2. 3(a). La Fig. A2. 3(b) montre une déficience en énergie restituée dans les 20 premiers millimètres de la propagation lorsque l'apport d'énergie par l'impact n'est pas simulé. G<sub>ID</sub> varie relativement peu : ±20% d'erreur sur l'estimation de la force d'impact. La modélisation de l'impact avec une force estimée de 280 N fournit donc des valeurs plausibles pour G<sub>ID</sub>. Ceci apporte du crédit à la modélisation de l'enfoncement de la lame et autorise l'exploitation des courbes dès 1.5 mm après l'amorçage de la propagation. En effet, on observe systématiquement une forte valeur pour G<sub>ID</sub> pour le premier millimètre de propagation. On sait en effet que l'énergie de rupture à l'amorçage est de l'ordre de 10 kJ/m² pour ce matériau. On remarque expérimentalement que la taille de la zone endommagée et blanchie, en sommet d'entaille, est elle aussi d'environ 1 mm.

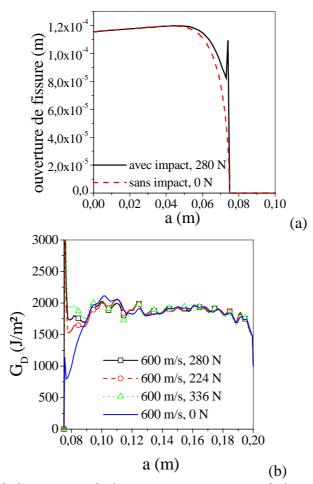


Fig. A2. 3. (a) Allure de l'ouverture de fissure avant amorçage de la propagation, avec et sans modélisation de l'impact. (b) Sensibilité du taux de restitution d'énergie dynamique à la force qui modélise l'impact.