

1. INTRODUCTION	116
2. CHOIX POUR LA MODELISATION ET LES CALCULS.....	117
2.1. Construction de volumes élémentaires représentatifs	117
2.2. Procédure de calcul.....	117
2.3. Conditions aux limites	118
2.4. CARactéristiques des matériaux	118
3. COMPORTEMENT HOMOGENEISE ET CHAMPS LOCAUX.....	119
3.1. Modules d'élasticité homogenésés	119
3.2. Distributions du niveau de la contrainte hydrostatique dans les inclusions	119
4. EVOLUTION DE L'ENDOMMAGEMENT EN ELASTICITE.....	122
4.1. Procédure de calcul et normalisation des résultats	122
5. DISCUSSION.....	124
6. CONCLUSION	125
7. RÉFÉRENCES	125

DISTRIBUTIONS DE CONTRAINTE HYDROSTATIQUE DANS DES PARTICULES D'ELASTOMERE : EFFETS DES INTERACTIONS MECANIKES EN ELASTICITE

S. Géhant, C. Fond et R. Schirrer

Résumé : La méthode de l'inclusion équivalente est utilisée en élasticité linéaire pour calculer les interactions mécaniques entre particules sphériques d'élastomère dans une matrice polymère amorphe rigide. L'influence des divers paramètres du calcul sont examinés et on montre que la méthode peut fournir des résultats fiables en ce qui concerne l'évaluation du niveau de la contrainte hydrostatique dans les particules. La cinétique et l'organisation spatiale de l'endommagement font l'objet de simulations numériques impliquant plusieurs centaines de particules en interaction. Il apparaît qu'entre 10 % et 20 % de fraction volumique de particules l'endommagement transite du mode localisé au mode diffus. Les résultats sont discutés en relation avec l'efficacité du renfort au choc des polymères fragiles.

1. INTRODUCTION

Il s'agit de montrer que la méthode de l'inclusion équivalente (MIE) peut convenir à l'estimation du niveau de la contrainte hydrostatique dans des particules sphériques en élastomère en interaction incluses dans une matrice en polymère rigide. Il est certain que la formulation actuelle, basée sur le principe de l'inclusion équivalente et le développement en série de Taylor des déformations libres [1], est peu adaptée à l'évaluation précise des concentrations de contrainte en présence de fortes interactions entre hétérogénéités. Les calculs à l'ordre 0 utilisant la solution d'Eshelby [2, 3], dont la particularité est que les champs de contraintes sont homogènes dans l'inclusion, on peut donc s'attendre à ce que la contrainte hydrostatique puisse être convenablement estimée par la méthode de l'inclusion équivalente [4]. En effet, en première approximation, l'élastomère peut être considéré comme un fluide compressible. En conséquence la contrainte y est quasiment homogène et purement hydrostatique. La contrainte hydrostatique est dans ce cas proportionnelle à la variation volumique de l'inclusion, donc directement reliée à l'intégrale des déformations dans l'élastomère. Cette contrainte résulte donc d'une moyenne et non d'une valeur locale.

Du point de vue matériau, pour les sollicitations rapides, c'est essentiellement l'élasticité qui conditionne l'organisation de l'endommagement. Dans la mesure où l'on suppose qu'une particule endommagée se comporte quasiment comme un vide [5], la MIE peut donc fournir des informations concernant l'organisation spatiale des particules endommagées. Il est établi expérimentalement qu'une fraction volumique trop faible en particules d'élastomère peut s'avérer insuffisante pour le renfort au choc. Les mécanismes de renfort au choc ne sont pas encore parfaitement maîtrisés ni connus. Au travers de simulations numériques, il est parfois possible de collecter des informations qui peuvent parfaire l'identification des paramètres de contrôle de ces mécanismes et leurs couplages. Nous proposons donc plus loin des analyses de la corrélation spatiale des sites d'endommagement prédits par les calculs d'interaction entre les particules de renfort au choc.

2. CHOIX POUR LA MODELISATION ET LES CALCULS

2.1. CONSTRUCTION DE VOLUMES ELEMENTAIRES REPRESENTATIFS

Dans la mesure où les observations microscopiques de la morphologie des polymères renforcés ne révèlent généralement pas d'organisation particulière et pour ne pas proposer de résultats à caractères trop spécifiques dans un premier temps, nous avons opté pour cette première approche de répartir les particules au hasard dans l'espace. Le tirage au sort étant effectué par ordinateur, donc inévitablement entaché d'une logique, on parle de distribution pseudo-aléatoire. La description de l'algorithme de tirage au sort est donnée en [6]. Pour le matériau considéré, les sphères ont toutes le même rayon. Le tirage au sort des centres des sphères assure que les sphères sont disjointes dans un domaine cubique. Pour le cas non périodique, ceci induit une fraction volumique légèrement plus élevée au voisinage des faces du cube du fait de l'absence de voisins à l'extérieur du cube. Nous avons constaté qu'au-delà d'environ 3 fois le rayon de sphères cet effet de bord disparaît. Le domaine retenu pour le calcul des interactions est donc un cube de dimension inférieure à celle utilisée pour le tirage au sort. La forme de pavé simplifie la perception des conditions aux limites. Une conséquence de notre procédure de tirage au sort est que la fraction volumique obtenue est généralement légèrement inférieure à celle visée. Pour une répartition aléatoire, la probabilité de rencontrer des inclusions organisées dans l'espace (alignées dans un plan par exemple) à grande échelle est faible, si l'on considère un relativement petit nombre d'inclusions, typiquement aux environs de 300 pour nos applications.

2.2. PROCEDURE DE CALCUL

Il n'est généralement pas possible de prendre en compte toutes les inclusions du domaine de l'espace considéré dans le même calcul. Pour un d'objet de type organisé, il conviendrait de prendre en compte toutes ses inclusions dans un même calcul d'interaction, afin que les inclusions les plus éloignées puissent interagir par voisins interposés. En pratique, les calculs d'interaction concernent une sphère, de rayon d , centrée sur l'inclusion dont on cherche les déformations libres équivalentes, où d est la distance d'interaction active. La connaissance des déformations libres permet de reconstruire les champs mécaniques par superposition. On effectue donc autant de calculs qu'il y a d'inclusions dans le domaine considéré. Pour le cas non périodique, comme le montre la Fig. 1, le domaine considéré doit donc être inclus dans le cube construit par tirage au sort de sorte que chaque inclusion du domaine considéré ne subisse pas d'effet de bord. Pour une inclusion à l'extérieur du domaine considéré, on obtient un résultat pour les déformations libres équivalentes chaque fois qu'elle est impliquée dans un calcul. On retient pour une telle inclusion la moyenne des déformations libres équivalentes obtenues. Pour une inclusion qui n'a été impliquée dans aucun calcul d'interaction, on affecte le résultat moyen obtenu pour l'ensemble des inclusions du domaine considéré, représentées en gris foncé sur la Fig. 1. On considérera pour la suite que le domaine considéré est un volume élémentaire représentatif (VER).

On pourrait remarquer que les inclusions qui n'ont été prises en compte dans aucun calcul semblent donc être inactives, voire inutiles. Mais la variable d intervient aussi dans la construction du champ solution puisque, de façon analogue à la méthode des éléments de frontière, les valeurs des contraintes et déformations sont calculées aux points demandés a posteriori. Ces valeurs résultent de l'effet superposé de chacune des composantes de la solution, plus la composante appliquée à l'infini, uniforme dans les applications qui suivent. Il est donc possible de choisir une autre distance autour de chaque point pour la construction du champ cherché, car il est évident que la contrainte en un point est d'autant moins influencée par la présence d'une inclusion que celle-ci est située loin de ce point, relativement à la taille de cette inclusion. Il nous a paru cohérent d'utiliser la même valeur pour d pour le calcul des

interactions et pour la construction du champ solution. Comme la distance d'interaction active est plus petite que la taille du VER, le calcul pour une distribution périodique sera qualifié de pseudo-périodique.

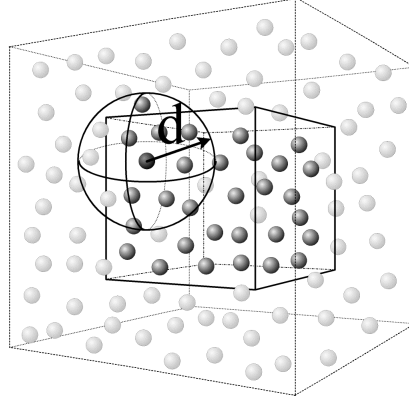


Fig. 1. Schéma illustrant les frontières des différents domaines pour le calcul des interactions.

2.3. CONDITIONS AUX LIMITES

Les conditions aux limites sur le cube constituant le domaine d'intérêt sont donc évaluées a posteriori et ne correspondent jamais exactement à celles imposées à l'infini. C'est en effet la déformation imposée à l'infini qui apparaît dans le second membre du système linéaire d'équation à résoudre [4]. Les modules élastiques moyens des VER reflètent naturellement un comportement élastique isotrope pour une distribution de sphères aléatoire. Pour obtenir les conditions de contraintes moyennes voulues sur les faces, trois calculs sont donc nécessaires afin de déterminer la condition à imposer à l'infini dans le calcul. La présente étude concerne la traction uniaxiale, de sorte que les essais de laboratoire puissent fournir des éléments validant ou invalidant des résultats obtenus.

2.4. CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX

Nous avons modélisé un polymère choc typique dont les caractéristiques élastiques figurent en Table I. Une particularité de ces matériaux réside dans le fort contraste entre les modules de cisaillement, pour des modules de compressibilité similaires. Pour ce que nous avons pu constater, les tendances obtenues sont peu sensibles à de petites variations des modules, tant que ce contraste reste marqué. Les résultats présentés ici ne font donc pas l'objet d'une étude de sensibilité aux paramètres de la Table I. En traction uniaxiale, pour les caractéristiques de la Table I, la solution d'Eshelby évalue la contrainte hydrostatique dans une particule sphérique en élastomère à $P_{h0} = 0.2549 \text{ Tr}(\boldsymbol{\sigma})$, où $\boldsymbol{\sigma}$ représente le tenseur des contraintes. On rappelle que la solution d'Eshelby suppose l'absence d'interaction (milieu dilué) et des comportements élastiques linéaires pour les deux phases.

	Module d'Young	Coefficient de Poisson	Module de compressibilité	Module de cisaillement
Nodules	$E_n = 1 \text{ MPa}$	$\nu_n = 0,49985$	$K_n = 1,111 \text{ GPa}$	$\mu_n = 333,3 \text{ kPa}$
Matrice	$E_m = 2 \text{ GPa}$	$\nu_m = 0,35$	$K_m = 2,222 \text{ GPa}$	$\mu_m = 740,7 \text{ MPa}$

Table I. Caractéristiques élastiques retenues pour les deux phases dans les simulations numériques.

3. COMPORTEMENT HOMOGENEISE ET CHAMPS LOCAUX

3.1. MODULES D'ELASTICITE HOMOGENEISES

Bien que la méthode de calcul n'ait pas été développée dans le but d'estimer des modules d'élasticité homogénéisés, c'est le moins que l'on puisse attendre des résultats qu'elle fournit. La Fig. 2 compare les résultats obtenus avec trois modèles des plus classiques, les bornes de Voigt et Reuss, le modèle auto-cohérent à deux phases et les bornes de Hashin et Shtrikman [7]. Les simulations estiment des modules homogénéisés trop élevés. En effet, en toute rigueur, des résultats en dehors des bornes de Voigt et Reuss ne sont pas acceptables. Remarquons que la solution est approchée pour les conditions aux limites imposées mais exacte pour les conditions aux limites construites à partir des déformations libres équivalentes calculées. Hors les champs construits pour le problème avec hétérogénéités présente des discontinuités de contraintes aux interfaces. Ces discontinuités de contraintes peuvent aussi être vues comme des forces extérieures, réparties sur la surface des inclusions, et l'énergie de déformation du milieu contient le travail de ces forces. On a donc tendance à surestimer les rigidités homogénéisées des VER puisque l'énergie de déformation est dans tous les cas surestimée. Néanmoins, on peut conclure que les modules de cisaillement sont relativement proches de ceux estimés par la borne supérieure d'Hashin et Shtrikman. Si des résultats plus précis, minimisant mieux les discontinuités de contraintes aux interfaces [8], rapprochaient les valeurs des simulations du modèle auto-cohérent, ceci indiquerait que les effets d'écran dus aux interactions compensent en moyenne les effets d'amplifications.

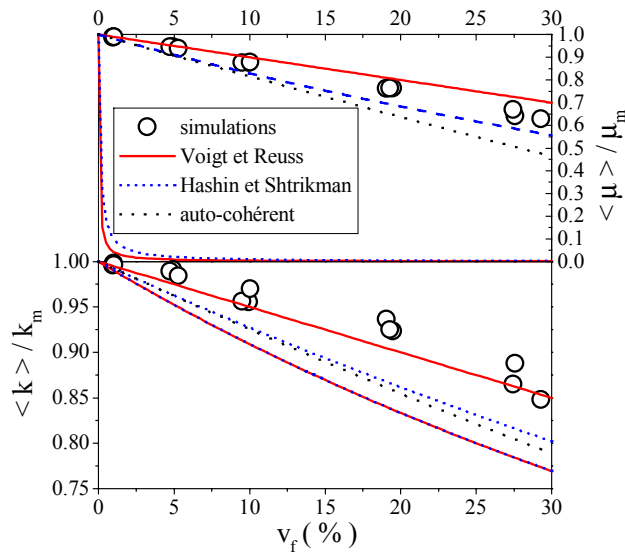


Fig. 2. Modules homogénéisés obtenus par simulations avec prise en compte des interactions comparés à trois modèles d'homogénéisation des plus classiques.

3.2. DISTRIBUTIONS DU NIVEAU DE LA CONTRAINTE HYDROSTATIQUE DANS LES INCLUSIONS

La contrainte hydrostatique dans les particules d'élastomère varie d'une particule à l'autre. La présence de particules voisines influence cette composante. En pratique, la Fig. 3 montre que, pour une fraction volumique v_f égale à 1 %, les particules ressentent essentiellement la présence de leurs plus proches voisins. Au-delà d'une distance d'interaction active, d , de l'ordre de 5 fois le rayon, a , des particules le résultat est quasiment constant pour une population de particule donnée. Cette tendance vaut pour des fractions volumiques comprises entre 1 % et 30 % et des calculs à l'ordre 0 impliquant 200 à 400 inclusions et notamment confirmé par la Fig. 4, pour $v_f = 20\%$. On compare aussi les résultats de la MIE en Fig. 4 avec un calcul des champs mécaniques par recouvrement, c'est à dire par simple superposition de la solution d'Eshelby. Cette approximation encore plus grossière que celle de l'ordre 0 de la MIE avec interaction prévoit une distribution des contraintes hydrostatiques

moins large : les "queues" de distributions sont mal estimées. La recherche d'une précision accrue est justifiée puisque les "queues" de distribution conditionnent l'organisation du début de l'endommagement.

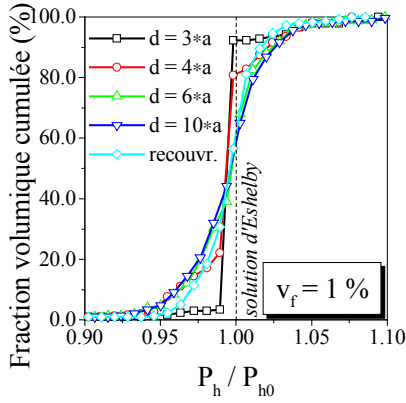


Fig. 3. Influence de la distance d'interaction active sur la distribution du niveau de la contrainte hydrostatique dans des particules d'élastomère présentant en proportion de 1 % du volume dans la matrice, pour un calcul à l'ordre 0.

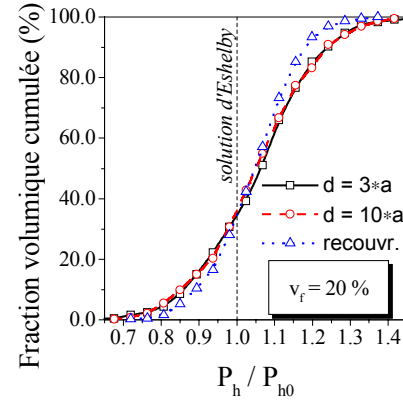


Fig. 4. Influence de la distance d'interaction active sur la distribution du niveau de la contrainte hydrostatique dans des particules d'élastomères présentant en proportion de 20 % du volume dans la matrice, pour deux calculs à l'ordre 0 et un calcul par simple recouvrement des champs.

Pour $v_f = 1\%$ la moyenne de contraintes hydrostatiques dans les particules se situe à $\pm 0.2\%$ de la solution d'Eshelby. Pour $v_f = 20\%$ la moyenne des contraintes hydrostatiques dans les particules se situe à $+7\%$ ($\pm 0.6\%$) de la solution d'Eshelby. Ceci est dû à la variation du module homogénéisé du matériau. En effet, les conditions aux limites étant imposées en déformations, lorsque le module d'Young diminue, la déformation imposée doit augmenter pour obtenir une contrainte donnée, uniaxiale dans notre cas. Il y a donc un report de contraintes positif sur les particules par rapport au modèle d'Eshelby. Une autre façon d'expliquer cela consiste à considérer le modèle d'Eshelby de manière auto-cohérente, c'est à dire en remplaçant le module de la matrice par celui du milieu homogénéisé. Le calcul par la MIE prédit une perte de module d'Young de 22 % et un coefficient de Poisson de 0.3745 pour le milieu homogénéisé avec $v_f = 20\%$. En reportant ces valeurs dans le modèle d'Eshelby, on obtient pour le rapport $P_{h0} / \text{Tr}(\sigma)$ une valeur de 0.271, très proche des moyennes calculées qui se situent entre 0.271 et 0.274.

La Fig. 5 compare des calculs à l'ordre 0 et 1 pour les cas périodique et non périodique pour $v_f \approx 30\%$. Les distributions sont quasiment identiques pour les deux populations et les deux ordres de calcul. Les distributions d'un indicateur de qualité de solution, quantité J proposée en [4], montrent qu'un calcul à l'ordre 1 n'offre pas, en moyenne de meilleurs résultats qu'un calcul à l'ordre 0, en ce qui concerne la contrainte hydrostatique. En effet, la distribution d'erreur est plus large à l'ordre 1 qu'à l'ordre 0. La périodicité de la distribution semble ne pas influencer le résultat. L'écart entre la contrainte hydrostatique moyenne maximale, $1.078 P_{h0}$, et minimale, $1.058 P_{h0}$, pour ces quatre calculs n'excède pas 2 %.

En résumé, en ce qui concerne la méthode de calcul, l'ordre 0 semble suffire à une évaluation convenable des distributions du niveau de la contrainte hydrostatique dans les particules et la distance d'interaction effective, pour des populations de particules monodisperses est d'environ 5 fois le rayon des particules. La précision du calcul dans le cas de deux particules d'élastomère alignées dans l'axe de traction, envisagé dans [4], est rappelé en Fig. 6. On y constate que l'erreur sur la contrainte hydrostatique dans la particule est

toujours moindre que celle sur les concentrations de contraintes même pour des valeurs de l'indicateur d'erreur relativement élevées. L'ordre de grandeur de l'indicateur d'erreur lorsqu'il y a un voisin proche est de l'ordre de 0.25. l'indicateur d'erreur étant basé sur les discontinuités de contraintes, on s'attend à ce que cette valeur soit à peu près multipliée par le nombre de voisins pour une précision équivalente. Les résultats donnés en Fig. 5 indique donc que les résultats peuvent être considérés comme fiables. En ce qui concerne les distributions du niveau de la contrainte hydrostatique, la Fig. 7 montre que celle-ci est d'autant plus large que la fraction volumique des particules est élevée. Ceci indique qu'en élasticité linéaire, on s'attend à ce que l'endommagement soit d'autant plus progressif que la fraction volumique est élevée.

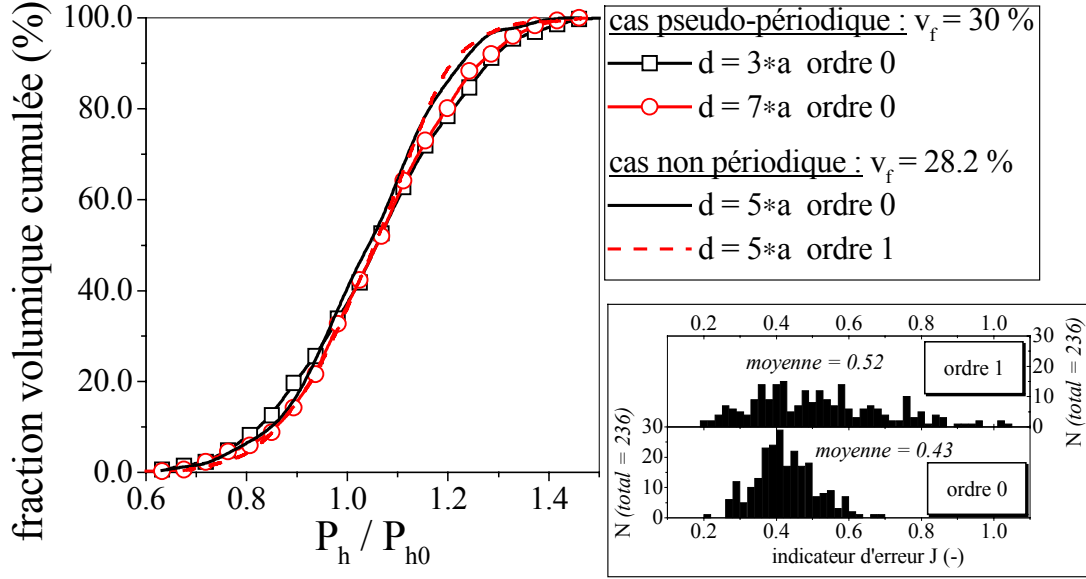


Fig. 5. Influence de la distance d'interaction active et de l'ordre du calcul sur la distribution du niveau de la contrainte hydrostatique dans des particules d'élastomères présentant en proportion d'environ 30 % en volume dans la matrice, pour un milieu pseudo-périodique et un milieu non périodique.

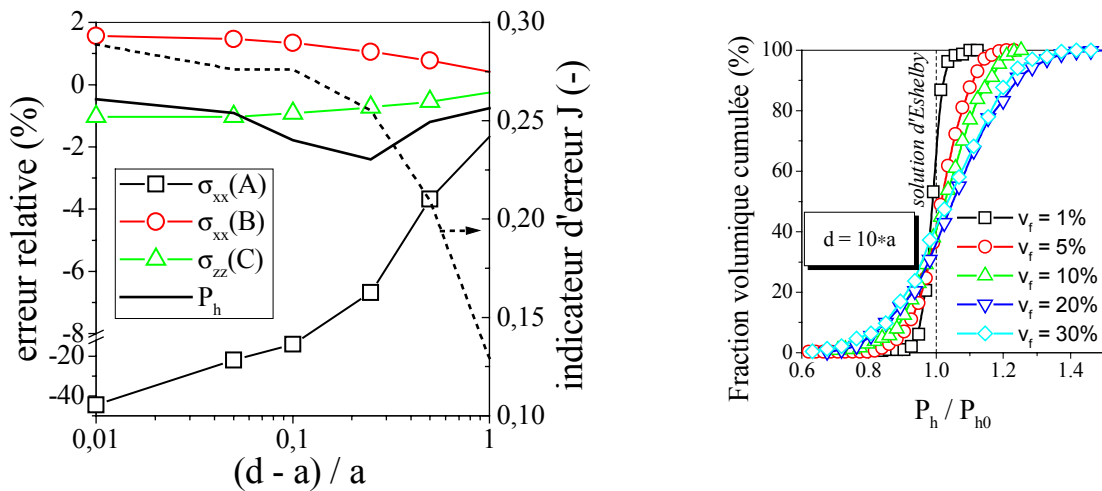


Fig. 6. Corrélation entre l'indicateur d'erreur et la précision du calcul dans le cas de deux en particules sur la distribution du niveau de la contrainte hydrostatique dans les particules.

4. EVOLUTION DE L'ENDOMMAGEMENT EN ELASTICITE

4.1. PROCEDURE DE CALCUL ET NORMALISATION DES RESULTATS

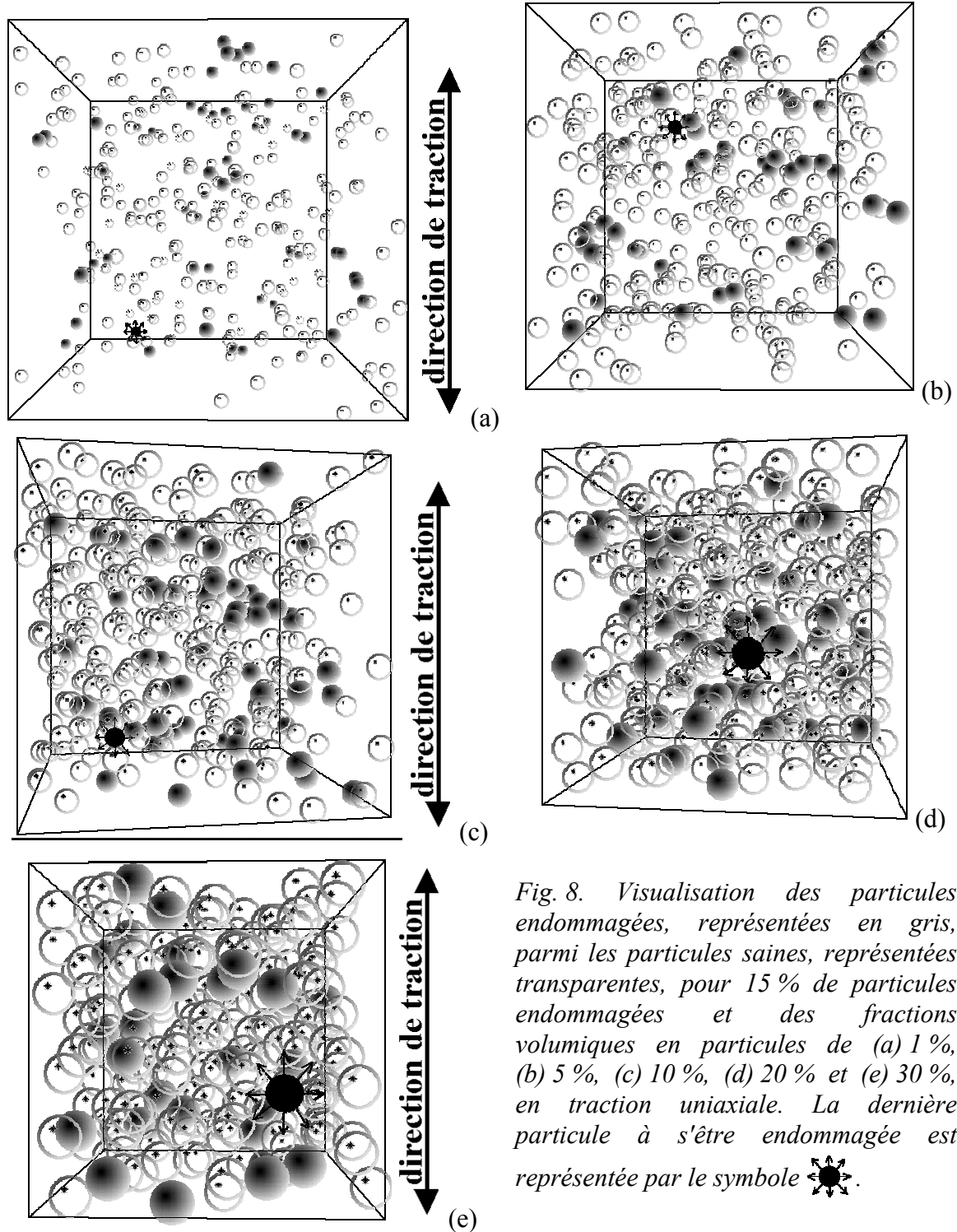


Fig. 8. Visualisation des particules endommagées, représentées en gris, parmi les particules saines, représentées transparentes, pour 15 % de particules endommagées et des fractions volumiques en particules de (a) 1 %, (b) 5 %, (c) 10 %, (d) 20 % et (e) 30 %, en traction uniaxiale. La dernière particule à s'être endommagée est représentée par le symbole .

Il est désormais admis que le niveau de dépression hydrostatique est un paramètre clef de la cavitation [9, 10, 11, 5]. Le modèle suppose que toutes les particules sont identiques et que la particule la plus sollicitée, au sens de la dépression hydrostatique, subit une cavitation. Il a pu être montré que la cavitation relâchait la quasi-totalité des contraintes normales à l'interface matrice-particule. Un nouveau calcul d'interaction peut donc être effectué en remplaçant les caractéristiques mécaniques de la particule saine par celle d'une particule

endommagée. En remplaçant la particule saine par un vide, nous nous sommes donc placé dans le cas extrême où la tension de surface est négligeable et l'élastomère très souple. Les calculs ont été effectués à l'ordre 0 avec $d = 5 \cdot a$ et en réactualisant les conditions aux limites à chaque fois qu'une particule s'endommage afin assurer une pure traction uniaxiale en permanence.

La Fig. 8 illustre, au travers de cinq tirages au sort différents et pour des fractions volumiques en particules de 1 %, 5 %, 10 %, 20 % et 30 %, l'organisation spatiale de l'endommagement lorsque 15 % des particules sont endommagées en traction uniaxiale. Aux fractions volumiques jusqu'à 10 %, il se dégage une tendance d'organisation de l'endommagement dans des amas de particules arrangées de préférence dans des plans perpendiculaires à la direction de traction. Pour 20 % et 30 % cette tendance tend à disparaître. Afin d'analyser plus objectivement l'organisation et la progression de la cavitation, quatre types d'analyses sont présentées plus loin. Deux concernent la distance d'une particule voisine par rapport à la particule considérée et l'angle par rapport à la direction de traction, comme le montre la Fig. 9. Deux autres concernent la corrélation entre la cavitation et la présence de particules voisines, endommagées ou saines. La probabilité de trouver une particule, saine ou endommagée, à une distance r/a est notée $C_{nn}(r/a)$ et à l'angle θ , $C_{nn}(\theta)$. La probabilité de trouver une particule, saine ou endommagée, à une distance r/a d'une particule endommagée est notée $C_{nd}(r/a)$ et à l'angle θ , $C_{nd}(\theta)$. La probabilité de trouver une particule endommagée à une distance r/a d'une particule endommagée est notée $C_{dd}(r/a)$ et à l'angle θ , $C_{dd}(\theta)$. Le caractère aléatoire de la distribution et le relativement petit nombre de particules imposent de normer les résultats statistiques obtenus par $C_{nn}(r/a)$ et $C_{nn}(\theta)$.



Fig. 9. Repérage des particules voisines dans l'espace par (a) la distance et par (b) l'angle par rapport à la direction de traction

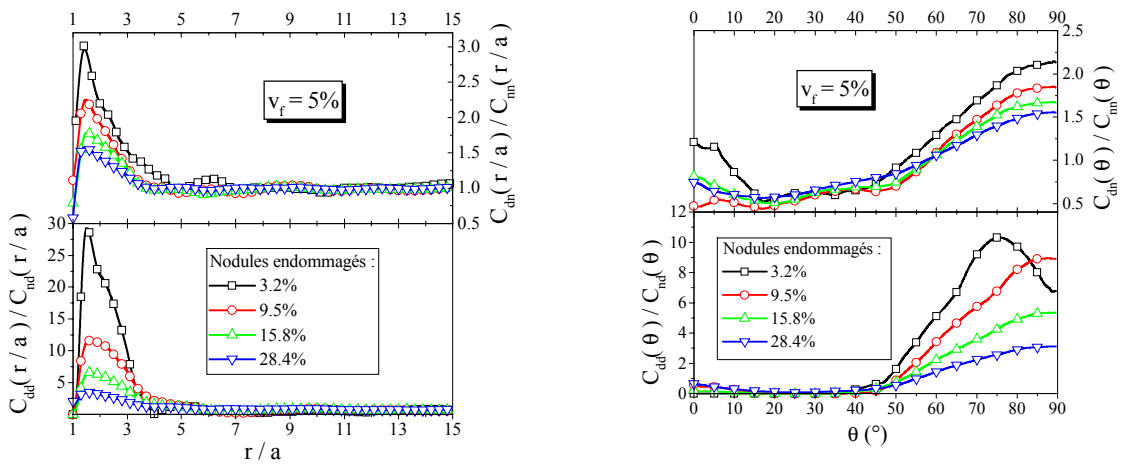


Fig. 10. Effet des interactions entre particules sur la cavitation : analyses statistiques illustrant les corrélations de proximité et angulaires pour une fraction volumique de particules égale à 5 %.

La Fig. 10 présente les résultats typiques d'une analyse statistique pour une fraction volumique égale à 5%. La forte probabilité de trouver une particule proche d'une particule endommagée indique que l'effet des interactions favorise la cavitation dans des amas. L'allure des courbes pour $r/a \approx 1$ est due à l'encombrement stérique. L'effet est très marqué au début de l'endommagement puis disparaît de façon évidente lorsque beaucoup de particules finissent par s'endommager. Les interactions favorisent la cavitation dans des plans perpendiculaires à la traction ($\theta \approx 90^\circ$) et d'autant plus que la fraction de particules endommagées est faible. Le maximum observé à environ 70° est lié au caractère aléatoire de la population et au nombre relativement limité de particules pour la simulation présentée. La Fig. 11 présente l'évolution des corrélations spatiales en fonction de la fraction volumique de particules pour 15 % d'entre elles endommagées. Les courbes indiquent que les tendances d'organisation spatiale tendent à disparaître lorsque la fraction volumique de particules augmente.

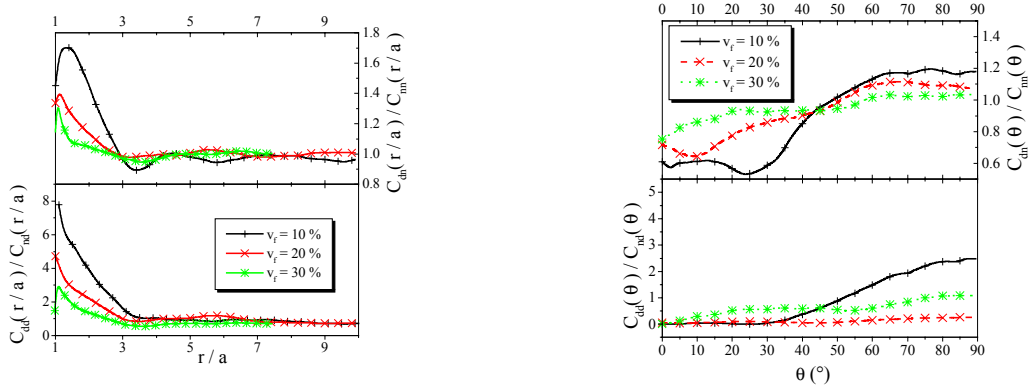


Fig. 11. Effet des interactions entre particules sur la cavitation : analyses statistiques illustrant les corrélations de proximité et angulaires lorsque 15 % des particules ont subi une cavitation.

5. DISCUSSION

Aucune démonstration de la convergence de la MIE n'a été proposée à ce jour, ce qui nous a conduit à proposer un indicateur de qualité de solution. Il existe très peu de solutions de référence pour notre étude [4]. Néanmoins, l'évaluation de la précision du calcul nous permet d'estimer que les résultats sont relativement fiables pour les niveaux de contrainte hydrostatique dans des particules d'élastomère. En relation avec l'admissibilité statique des solutions approchées fournies par la MIE, on peut justifier que les modules homogénéisés soient généralement surestimés. On pourrait donc supposer un décalage des niveaux moyens de contrainte hydrostatique dans les particules. Toutefois les moyennes obtenues sont en bonne concordance avec des modèles de type auto-cohérent. D'autre part, l'essentiel intérêt, pour ce qui est de l'étude de l'endommagement, réside dans les valeurs relatives des niveaux de contrainte. Il n'est malheureusement pas possible avec la MIE dans son état actuel d'étudier la compétition entre cavitation dans les particules d'élastomère, formation de craquelures ou de bandes de cisaillement puisque cela nécessite une évaluation précise des concentrations de contraintes dans la matrice.

La distance d'interaction effective pour nos applications est de l'ordre de trois fois le diamètre des particules. Les distributions du niveau de la contrainte hydrostatique dans les particules révèlent une forte influence de la fraction volumique. La progressivité de l'endommagement pourrait constituer un des éléments du renfort au choc. L'évolution de la contrainte en fonction du nombre de particules endommagées est donnée en Fig. 12 où P_{hc} représente la contrainte hydrostatique critique de cavitation. On n'y observe aucune avalanche de cavitation puisque les courbes sont globalement monotones croissantes, à la précision du calcul près. La cinétique d'endommagement met en évidence la formation de site

d'endommagement fragilisant aux faibles fractions volumiques. L'ordre dans lesquels s'endommagent les particules est surtout sensible à la position relative des particules dans l'espace. En effet, des simulations numériques effectuées en endommageant les particules par groupes des 5 les plus sollicitées ont présenté une "chronologie" de cavitation quasiment identique à celles où la cavitation n'affecte qu'une seule particule à la fois.

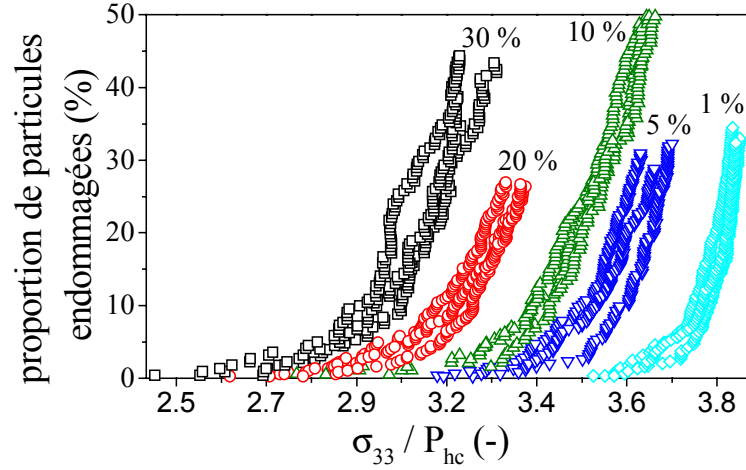


Fig. 12. Evolution de la contrainte macroscopique, σ_{33} , en fonctions de la proportion de particules endommagées pour différentes fractions volumiques, en traction uniaxiale.

6. CONCLUSION

Nous avons pu mettre en évidence l'influence de la fraction volumique en élastomère sur la distribution du niveau de la contrainte hydrostatique dans les particules et sur la cinétique de cavitation, dans le cas où le comportement serait découplé de la viscosité et de la plasticité. L'aspect diffus de l'endommagement aux fractions volumiques supérieures à 20 % pourrait agir par effet d'écran sur la propagation de craquelure. En effet, des observations microscopiques révèlent que les nodules de renfort peuvent constituer des sites d'attraction et d'arrêt des craquelures [12], d'autant plus efficaces qu'ils dévient les trajets des craquelures.

D'un autre côté, la présence, en fraction volumique suffisante de particules abaisse significativement le niveau du seuil d'écoulement plastique par simple effet de concentration de contrainte. Pour une contrainte macroscopique moins élevée, la densité d'énergie locale est moindre et les taux de restitution d'énergie liés à la propagation des micro-défauts le sont donc aussi. Ceci pourrait influencer la compétition entre genèse et propagation des craquelures et formations de micro-bandes de cisaillement par conséquent expliquer très simplement la transition ductile-fragile liée à la fraction volumique en particules de renfort. Pour pouvoir approfondir cette question, il faut disposer d'outils prenant en compte le comportement non linéaire des phases, ou au moins de la matrice. De telles études sont aujourd'hui réalisables car des méthodes ont été proposées récemment pour analyser ces phénomènes, voir par exemple [13].

7. RÉFÉRENCES

- [1] Moschovidis, Z. A. et Mura, T., *Two-Ellipsoidal Inhomogeneities by the Equivalent Inclusion Method*, J. Appl. Mech., Trans. ASME, (1975), p. 847-852.
- [2] Eshelby, J. D., *The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion, and Related Problems*, Proc. Roy. Soc. Lond. A, **241**, (1957), p. 376-396.
- [3] Eshelby, J. D., *The Elastic Field Outside an Ellipsoidal Inclusion*, Proc. Roy. Soc. Lond. A, **252**, (1959), p. 561-569.

- [4] Fond, C., Riccardi, A., Schirrer, R. et Montheillet, F., *Mechanical Interaction Between Spherical Inhomogeneities: An Assessment of a Method Based on the Equivalent Inclusion*, soumis à Eur. J. Mech. en janvier 2000.
- [5] Fond, C., Lobbrecht, A. et Schirrer, R., *Polymers toughened with rubber microspheres; an analytical solution for stresses and strains in the rubber particles at equilibrium and rupture*, Int. J. Fract., (1996), **77**, p. 141 - 159.
- [6] Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. et Flannery, B. P., *Numerical Recipes - Fortran Version*, first ed., (1989), Cambridge University Press, ISBN 0 521 38330 7, p. 195.
- [7] Hashin, Z. et Shtrikman, S., J. Mech. Phys. Solids, 10, (1962a), p. 335-342 , J. Mech. Phys. Solids, 10, (1962b), p. 343-352.
- [8] Fond, C. et Gilormini, P., *PerspEctives d'évolution et problématiques associées : Application de principes variationnels classiques en élasticité linéaire au problème de l'inclusion équivalente*, thèse d'habilitation à diriger des recherches, (2000), Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- [9] Dompas, D. et Groeninckx, G., *Toughening Behaviour of Rubber-Modified Thermoplastic Polymers Involving Very Small Rubber Particles: 1. A Criterion for Internal Rubber Cavitation*, Pol. 35, (1994), p. 4743-4749.
- [10] Bucknall, C. B., Karpodinis, A. et Zhang, X. C., *A Model for Cavitation in Rubber-Toughened Plastics*, J. Mat. Sci., **29**, (1994), p. 3377-3383.
- [11] Schirrer, R., Fond, C. et Lobbrecht, A., *Volume change and light scattering during mechanical damage in PMMA (Polymethylmethacrylate) toughened with core shell rubber particles*, J. Mat. Sc., (1996), **31**, p. 6409 - 6422.
- [12] Béguelin Ph, *Approche Expérimentale du Comportement Mécanique des Polymères en Sollicitation Rapide*, Ph. D. Thesis, (1996), 1572, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- [13] Moulinec, H. et Suquet, P., *A Numerical Method for Computing the Overall Response of Nonlinear Composites with Complex Microstructures*, Comput. Methods Appl. Mech. Eng., **157**, (1998), p. 69-94.